Министерство образования Российской Федерации
Нижегородский государственный университет
им. Н.И. Лобачевского
Радиофизический факультет
Кафедра радиоастрономии и распространения радиоволн

Распространение радиоволн в современных системах мобильной связи

В.Г.Гавриленко, В.А.Яшнов

Нижний Новгород
2003 г.

Содержание

Введение

Последние десятилетия характеризуются быстрым внедрением сотовых систем подвижной связи, предназначенных для передачи подвижным абонентам телефонных сообщений и цифровых данных [1-6]. В таких системах связи территория обслуживания (город, регион) делится на большое число рабочих зон (сот), внутри которых связь между мобильными и базовыми станциями осуществляется по радиоканалу. Размеры сот в крупных городах составляют около 2 км, а при увеличении числа абонентов могут быть уменьшены до 0,5 км. В пригородных зонах радиус сот может возрастать до десятков километров и ограничиваться расстоянием прямой видимости антенны базовой станции. Ограниченность радиуса действия дает возможность организовать сотовую сеть, в которой одни и те же частотные каналы могут использоваться в различных несмежных участках сот. Наряду с сотовыми системами внедряются системы персональной радиосвязи, которые характеризуются микро- и пикосотовой структурой с радиусом зон от нескольких сотен до 10-60 м. Такие системы работают, как правило, в диапазоне миллиметровых радиоволн и позволяют эффективно обслуживать офисы, магазины, вокзалы и другие объекты.

При организации сети сотовой связи для определения оптимального места установки и числа базовых станций, а также для решения других задач необходимо уметь рассчитывать характеристики сигнала в любой точке пространства в пределах всей зоны обслуживания. Городская среда создает специфические условия для распространения радиоволн. Теневые зоны, многократные отражения и рассеяние волн формируют многолучевые поля со сложной интерференционной структурой и резкими пространственными изменениями уровня сигнала. Многолучевой характер распространения радиоволн, когда в точку приема приходят волны с разных направлений и с разными временными задержками, порождает явления межсимвольной интерференции при передаче кодовых последовательностей. Искажения сигнала, обусловленные межсимвольной интерференцией, могут вызывать серьезное ухудшение характеристик системы и качества высокоскоростной передачи цифровой информации, если длительность задержки превышает длительность символа. Необходимой предпосылкой для разработки эффективных систем связи, работающих в городской среде, является глубокое знание характеристик многолучевого канала распространения.

Любую радиотрассу можно представить в виде набора нескольких основных путей, по которым сигнал от базовой станции доходит до антенны мобильного телефона и наоборот. На каждом из этих путей находятся различные объекты, влияющие на распространение радиоволн. В городских условиях можно выделить следующие основные элементы:

- направляющие структуры (проспекты, улицы, участки рек, контактные лини городского электротранспорта и др);
- отдельное здание или группы зданий;
- поверхность Земли и препятствия на ней (автомобили, столбы, заборы и т.п.);

- участки растительности (парки, скверы, дворовые насаждения и пр.).

Моделирование влияния перечисленных объектов на распространения радиоволн можно осуществлять различными способами: детерминированными, статистическими и комбинированными. К первым относят в основном методы геометрической оптики, физической и геометрической теорий дифракции, метод параболического уравнения, а также численные методы электродинамики. Они позволяют произвести расчеты напряженности поля с большой степенью точности, но предъявляют высокие требования к точности задания модели среды. Статистические методы учитывают случайный характер распределения неоднородностей среды, оказывающих влияние на процесс распространения радиоволн. Они позволяют предсказать некоторые средние характеристики сигналов.

В курсе лекций предлагается краткий обзор основных особенностей распространения радиоволн в системах мобильной связи и описаны модели, используемые для расчета радиотрасс.

1. Канал связи

В теории связи важным понятием является канал связи. Обычно под каналом связи понимают ту часть системы связи, которая включает источник информации, устройство кодирования и модуляции, передающее устройство, физический канал (среду распространения сигнала), приемник с устройствами обработки информации и получатель информации [5]. Анализ канала связи включает бюджет канала – расчет потерь энергии сигнала, связанных с физическими процессами, протекающими в устройствах и среде распространения. Бюджет – это метод оценки, позволяющий определить достоверность передачи системы связи. Среда распространения или электромагнитный тракт связи, соединяющий передающее и приемное устройства называются каналом. Каналы могут представлять собой проводники, коаксиальные и оптоволоконные кабели, волноводы, а также атмосферу, ионосферу или другую среду, в которой распространяются радиоволны. В последнем случае говорят о радиоканале. В дальнейшем мы ограничимся рассмотрением радиоканала.

1.1. Бюджет канала связи

При анализе радиоканала часто используется модель свободного пространства. В рамках этой модели предполагается, что в канале отсутствуют такие процессы, как отражение, преломление, поглощение, рассеяние и дифракция радиоволн. Если рассматривается распространение радиоволн в атмосфере, то она предполагается однородной и удовлетворяющей указанным выше условиям. Предполагается, что земная поверхность находится достаточно далеко от радиотрассы, так что ее влиянием можно пренебречь. Модель свободного пространства является эталонной при анализе распространения радиоволн на различных трассах. В рамках этой модели энергия сигнала зависит только от расстояния между передатчиком и приемником и убывает обратно пропорционально квадрату расстояния.

Достоверность передачи информации определяется несколькими факторами, среди которых можно выделить отношение сигнал/шум, а также искажения сигнала, вызванные межсимвольной интерференцией. В цифровой связи вероятность ошибки зависит от нормированного отношения E_b / N_0, где E_b – энергия бита, N_0 – спектральная плотность мощности шума. Уменьшение отношения сигнал/шум может быть вызвано снижением мощности сигнала, повышением мощности шума или мощности сигналов, интерферирующих с полезным сигналом. Эти механизмы называются, соответственно, потерями (ослаблением) и шумом (интерференцией). Ослабление может происходить в результате поглощения энергии сигнала, отражения части энергии сигнала или рассеяния. Существуют несколько источников шумов и интерференции – тепловой шум, галактический шум, атмосферные и промышленные помехи, перекрестные и интерферирующие сигналы от других источников.

Перечислим некоторые причины потерь.

1. Потери, связанные с ограничением полосы канала.
2. Межсимвольная интерференция.
3. Модуляционные потери.
4. Интермодуляционные искажения.
5. Поляризационные потери.

6. Пространственные потери.
7. Помехи соседнего канала.
8. Атмосферные и галактические шумы.
9. Собственные шумы приемника.
10. Потери в антенно-фидерном тракте.

Анализ бюджета канала начинается, как правило, с дистанционного уравнения, связывающего мощность на входе приемного устройства с излучаемой передатчиком мощностью. На первом этапе рассматривается ненаправленная антенна, равномерно излучающая в телесном угле 4π стерадиан. Такой источник называется изотропным излучателем. Плотность мощности на расстоянии d от излучателя определяется выражением

$$p(d) = \frac{P_T}{4\pi d^2}, \tag{1.1}$$

где P_T –мощность передатчика. Принимаемая мощность может быть записана в виде

$$P_R = p(d)A_{eR} = \frac{P_T A_{eR}}{4\pi d^2}, \tag{1.2}$$

где A_{eR} – эффективная площадь приемной антенны. Существует простая связь между коэффициентом усиления антенны и ее эффективной площадью

$$G = \frac{4\pi}{\lambda^2} A_e, \tag{1.3}$$

где λ – длина волны. Для изотропного излучателя $G = 1$ и эффективная площадь однозначно определяется длиной волны

$$A_e = \frac{\lambda^2}{4\pi}. \tag{1.4}$$

Для идеальных передающей и приемной антенн (с изотропными диаграммами направленности) дистанционное уравнение может быть записано в виде

$$P_R = \frac{P_T}{(4\pi d/\lambda)^2} = \frac{P_T}{L_s}, \tag{1.5}$$

где L_s – суммарные потери в свободном пространстве, определяемые формулой

$$L_s = (4\pi d/\lambda)^2. \tag{1.6}$$

Если для передачи и приема сигнала используются направленные антенны, то уравнение (1.5) принимает вид

$$P_R = \frac{P_T G_R G_T}{L_s}. \tag{1.7}$$

где G_R и G_T – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн.

Из выражения (1.6) следует, что суммарные потери в свободном пространстве зависят от длины волны (частоты). Это связано с тем, что величина L_s определена для идеальной приемной антенны с изотропной диаграммой направленности, для которой $G_T = 1$. В действительности, из простых геометрических соображений следует, что в свободном пространстве мощность является функцией расстояния и не зависит от частоты.

Для расчета мощности принимаемого сигнала может быть использована одна из четырех приведенных ниже формул

$$P_R = \frac{P_T G_T A_{eR}}{4\pi d^2}, \tag{1.8}$$

$$P_R = \frac{P_T A_{eT} A_{eR}}{\lambda^2 d^2}, \tag{1.9}$$

$$P_R = \frac{P_T A_{eT} G_R}{4\pi d^2}, \tag{1.10}$$

$$P_R = \frac{P_T G_T G_R \lambda^2}{(4\pi d)^2}. \tag{1.11}$$

На первый взгляд, эти формулы определяют различные зависимости принимаемой мощности от длины волны (частоты). В действительности коэффициент усиления и эффективная площадь антенны связаны через длину волны. Поэтому противоречия в формулах нет. Для системы связи с заданными антеннами (т.е. с определенными эффективными площадями антенн) удобно пользоваться формулой (1.9). При этом видно, что принимаемая мощность увеличивается с ростом частоты.

Для цифровой связи вероятность ошибки зависит от отношения E_b / N_0 в приемнике, определяемого следующим образом [5]:

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_R}{N}\left(\frac{W}{R}\right), \tag{1.12}$$

где P_R – мощность принятого сигнала, N – мощность шума, W – ширина полосы приемного устройства, R – скорость передачи бита. Формулу (1.12) можно переписать в виде

$$\frac{E_b}{N_0} = \frac{P_R}{N_0}\left(\frac{1}{R}\right), \tag{1.13}$$

или

$$\frac{P_R}{N_0} = \frac{E_b}{N_0} R. \tag{1.14}$$

Одним из важнейших показателей качества канала является график зависимости вероятности появления ошибочного P_b бита от E_b / N_0. Обычно различают требуемое отношение E_b / N_0 и реальное отношение E_b / N_0. На рис.1.1 показаны две рабочие точки. Пусть первая определяется значением $P_b = 10^{-3}$, обеспечивающим необходимую достоверность передачи информации. Любая система связи проектируется с некоторым запасом «прочности». Пусть реальное отношение E_b / N_0 будет выше, и вторая рабочая точка на графике соответствует $P_b = 10^{-5}$. Разность между реальным (принятым) и требуемыми отношениями E_b / N_0 дает энергетический резерв линии связи M

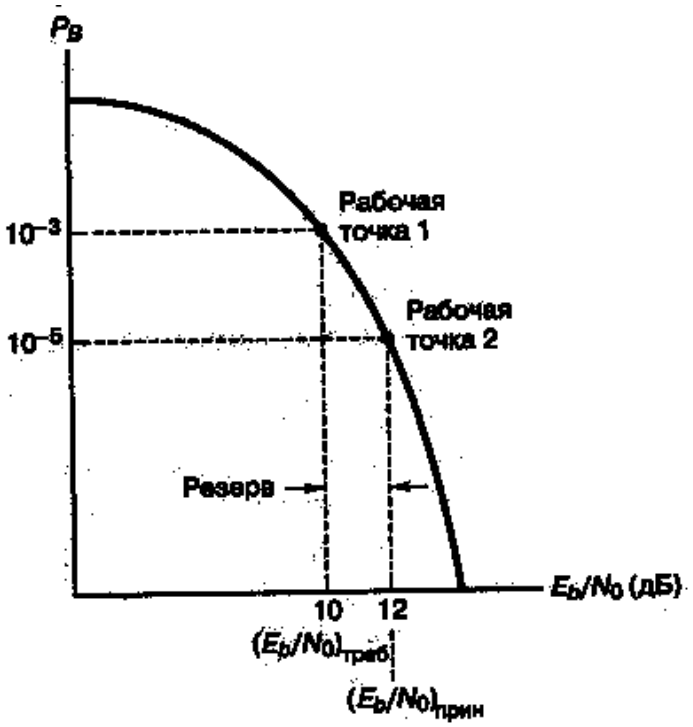


Рис. 1.1

$$M = \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{прин}} / \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{треб}} \tag{1.15}$$

или

$$M(\text{дБ}) = \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{прин}} (\text{дБ}) - \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{треб}} (\text{дБ}). \tag{1.16}$$

С учетом того, что мощность шума определяется выражением

$$N = \kappa T W \ , \tag{1.17}$$

где κ – постоянная Больцмана, T – температура, из (1.7) для идеального изотропного излучателя получаем

$$\frac{P_R}{N_0} = \frac{P_T (G_R / T)}{\kappa L_s L_0}. \tag{1.18}$$

Здесь T – параметр, определяющий результата воздействия различных источников шума. Множитель L_0 включает все возможные механизмы ослабления сигнала. Отношение G_R / T иногда называют добротностью приемника. С уче-

том (1.17)-(1.18) выражение для энергетического резерва линии связи можно представить в следующем виде:

$$M = \frac{P_T(G_R / T)}{\left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{треб}} R\kappa L_s L_0}. \tag{1.19}$$

Входящие в (1.19) параметры определяются в конкретных точках системы. Так добротность приемника определяется на входе приемной антенны, отношение $(E_b / N_0)_{\text{треб}}$ – на входе детектора и т.д.

Бюджет канала обычно вычисляется в децибелах, поэтому соотношение (1.19) можно переписать в ином виде

$$\begin{aligned} M(\text{дБ}) = P_T(\text{дБВт}) + G_R(\text{дБ}) - \left(\frac{E_b}{N_0}\right)_{\text{треб}}(\text{дБ}) - R(\text{дББит.с}) - \\ - \kappa T(\text{дБВТ.Гц}) - L_s(\text{дБ}) - L_0(\text{дБ}). \end{aligned} \tag{1.20}$$

При проектировании системы связи необходимо найти приемлемое соотношение между всеми параметрами, фигурирующими в (1.20).

1.2. Характеристики канала

При передаче коротких импульсных сигналов по каналу связи возникают искажения, связанные с наличием нескольких путей распространения сигнала от передающей антенны к приемной, с изменением во времени характеристик канала и другими причинами. При передаче очень короткого импульса принимаемый сигнал может выглядеть как последовательность импульсов. Примеры принятого сигнала показаны на рис. 1.2. Одной из характеристик такого многолучевого канала является время рассеяния сигнала. Изменение во времени условий распространения сигнала может приводить к изменению амплитуд отдельных принимаемых импульсов, относительной задержки этих импульсов и даже числа импульсов.

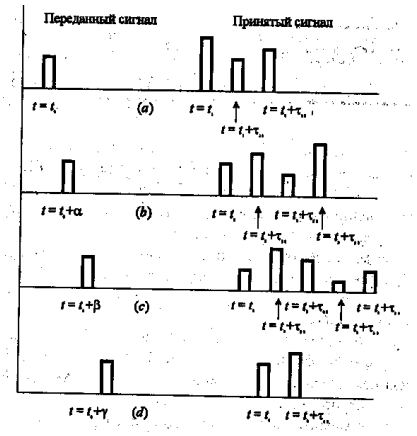


Рис. 1.2

Рассмотрим влияние канала на переданный сигнал, который представим в виде

$$s(t) = \mathrm{Re}\left[s_l(t)\mathrm{e}^{i\omega t}\right]. \tag{1.21}$$

При многолучевом распространении каждой траектории соответствуют свои значения времени задержки и затухания сигнала. При этом принимаемый сигнал можно представить в виде

$$x(t)=\sum_n \alpha_n(t)s(t-\tau_n(t)), \tag{1.22}$$

где $\alpha_n(t)$ – множитель ослабления, $\tau_n(t)$ – время задержки, соответствующие n-му лучу. В результате подстановки (1.22) в (1.21) получаем

$$x(t)=\mathrm{Re}\left\{\left[\sum_n \alpha_n(t)\mathrm{e}^{-i\omega\tau_n(t)}\,\mathfrak{s}(t-\tau_n(t))\right]\mathrm{e}^{i\omega t}\right\}. \tag{1.23}$$

Из (1.23) следует, что низкочастотная огибающая принимаемого сигнала имеет вид

$$r_l(t)=\sum_n \alpha_n(t)\mathrm{e}^{-i\omega\tau_n(t)}\,\mathfrak{s}(t-\tau_n(t)), \tag{1.24}$$

т.е. эквивалентный низкочастотный сигнал $r_l(t)$ является откликом эквивалентного низкочастотного канала на эквивалентный низкочастотный сигнал $\mathfrak{s}(t)$. Для такого эквивалентного низкочастотного канала можно ввести импульсную характеристику

$$h(\tau;t)=\sum_n \alpha_n(t)\mathrm{e}^{-i\omega\tau_n(t)}\,\delta(t-\tau_n(t)), \tag{1.25}$$

которая является откликом в момент времени t на δ-импульс, поданный на вход в момент $t-\tau$.

Рассмотрим передачу немодулированного сигнала на частоте ω. В этом случае $\mathfrak{s}(t)=1$ для всех t и вместо (4) получаем

$$r_l(t)=\sum_n \alpha_n(t)\mathrm{e}^{-i\omega\tau_n(t)}=\sum_n \alpha_n(t)\mathrm{e}^{-i\theta_n(t)}=x(t)-iy(t), \tag{1.26}$$

где

$$\theta_n(t)=\omega\tau_n(t), \qquad x(t)=\sum_n \alpha_n(t)\cos\theta_n(t), \qquad y(t)=\sum_n \alpha_n(t)\sin\theta_n(t).$$

Таким образом, принимаемый сигнал можно рассматривать как сумму переменных во времени векторов, имеющих амплитуды $\alpha_n(t)$ и фазы $\theta_n(t)$. Значительные изменения $\alpha_n(t)$, приводящие к заметным вариациям принимаемого сигнала, могут возникать только при наличии существенных изменений в условиях распространения сигнала. В то же время изменения фазы $\theta_n(t)$ на 2π радиан происходят при изменении τ_n на малую величину $2\pi/\omega$, что возможно при относительно малых вариациях параметров канала. Как правило, временные задержки сигналов, связанные с многолучевостью, изменяются с различной скоростью и случайным образом. Это означает, что принимаемый сигнал $r_l(t)$ можно считать случайным процессом. При наличии большого количества лучей $r_l(t)$ можно рассматривать как комплексный гауссовский случайный процесс.

В многолучевых каналах наблюдаются изменения во времени фаз сигналов $\theta_n(t)$. При определенных соотношениях фаз сигналы, приходящие вдоль разных траекторий могут взаимно компенсироваться, при других – усиливаться. Наблюдаемые вариации амплитуды принимаемого сигнала, обусловленные нестационарностью канала, называются замираниями.

В том случае, когда импульсная характеристика $h(\tau;t)$ моделируется как комплексный гауссовский случайный процесс с нулевым средним, огибающая $|h(\tau;t)|$ в любой момент времени распределена по Релею. В этом случае канал называют каналом с релеевскими замираниями. При наличии вдоль трассы распространения фиксированных рассеивателей или отражателей сигнала в дополнение к случайно перемещающимся рассеивателям $h(\tau;t)$ нельзя моделировать процессом с нулевым средним. В этом случае огибающая $|h(\tau;t)|$ имеет райсовское распределение, и канал называют каналом с райсовскими замираниями.

Если передается узкополосый сигнал с полосой $\Delta\omega$ и взаимные задержки сигналов удовлетворяют условию $\max|\tau_m - \tau_n| << 1/\Delta\omega$, то говорят о модели однолучевого канала. В однолучевой модели сигнала разность фаз на различных частотах близка к нулю. Это приводит к неселективным по частоте замираниям сигнала. При $\max|\tau_m - \tau_n| >> 1/\Delta\omega$ говорят о многолучевом канале. В этом случае разности фаз сигналов на различных частотах могут существенно отличаться, что приводит к селективным по частоте замираниям.

Предположим, что процесс $h(\tau;t)$ стационарен в широком смысле. Определим автокорреляционную функцию следующим образом:

$$\phi(\tau_1,\tau_2;\Delta t) = \frac{1}{2}E\left[h^*(\tau_1;t)h(\tau_2;t+\Delta t)\right], \tag{1.27}$$

где E – среднее значение.

В большинстве случаев характеристики сигналов, пришедших в точку приема различными путями, некоррелированы. При этом говорят о некоррелированном рассеянии. Тогда

$$\frac{1}{2}E\left[h^*(\tau_1;t)h(\tau_2;t+\Delta t)\right] = \phi(\tau_1;\Delta t)\delta(\tau_1-\tau_2). \tag{1.28}$$

При $\Delta t = 0$ автокорреляционная функция $\phi(\tau;0) = \phi(\tau)$ представляет собой среднюю мощность на выходе канала как функцию времени задержки τ. По этой причине $\phi(\tau)$ называют интенсивностью многолучевого профиля или спектром мощности задержек канала. В общем случае $\phi(\tau;\Delta t)$ определяет среднюю мощность на выходе канала как функцию времени задержки τ и разницы моментов наблюдения Δt. Типичный вид функции $\phi(\tau)$ приведен на рис. 1.3. Область значений τ, в которой $\phi(\tau)$ существенно отличается от нуля называют многолучевым рассеянием сигнала и обозначают T_m.

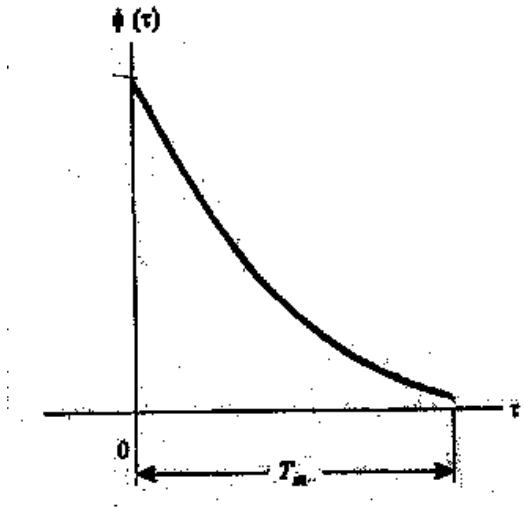


Рис. 1.3

Характеристику многолучевого канала можно определить не только во временной, но и в частотной области. Применяя преобразование Фурье к функции $h(\tau;t)$, получаем передаточную функцию

$$H(\omega,t)=\int_{-\infty}^{\infty} h(\tau;t)\mathrm{e}^{-i\omega\tau}\,d\tau. \tag{1.29}$$

В предположении, что канал стационарен в широком смысле, определим корреляционную функцию

$$\Phi(\omega_1,\omega_2;\Delta t)=\frac{1}{2}E\left[H^*(\omega_1;t)H(\omega_2;t+\Delta t)\right]. \tag{1.30}$$

Поскольку $H(\omega;t)$ является преобразованием Фурье от функции $h(\tau;t)$, функции $\Phi(\omega_1,\omega_2;\Delta t)$ и $\phi(\tau;\Delta t)$ также связаны преобразованием Фурье. В этом нетрудно убедиться, рассмотрев соотношения

$$\begin{aligned}\Phi(\omega_1,\omega_2;\Delta t)=&\ \frac{1}{2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}E\left[h^*(\tau_1;t)h(\tau_2;t+\Delta t)\right]\mathrm{e}^{i(\omega_1\tau_1-\omega_2\tau_2)}\,d\tau_1 d\tau_2=\\ =&\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\tau_1;\Delta t)\delta(\tau_1-\tau_2)\mathrm{e}^{i(\omega_1\tau_1-\omega_2\tau_2)}\,d\tau_1 d\tau_2=\\ =&\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\tau_1;\Delta t)\mathrm{e}^{-i\Delta\omega\tau_1}\,d\tau_1=\\ =&\,\Phi(\Delta\omega;\Delta t),\end{aligned} \tag{1.31}$$

где $\Delta\omega=\omega_2-\omega_1$. При условии некоррелированного рассеяния $\Phi(\Delta\omega;\Delta t)$ является совместной корреляционной функцией канала в частотной и временной областях. На практике ее можно измерить путем передачи по каналу двух синусоидальных сигналов, разнесенных по частоте на $\Delta\omega$ и измерением взаимной корреляции двух отдельно принимаемых сигналов с временной задержкой между ними Δt.

При $\Delta t=0$ связь между корреляционными функциями упрощается

$$\Phi(\Delta\omega)=\int_{-\infty}^{\infty}\phi(\tau)\mathrm{e}^{-i\Delta\omega\tau}\,d\tau. \tag{1.32}$$

Типичный вид функций $\Phi(\Delta\omega)$ и $\phi(\tau)$ изображен на рис. 1.4. Функция $\Phi(\Delta\omega)$ обеспечивает возможность определения частотной когерентности кана-

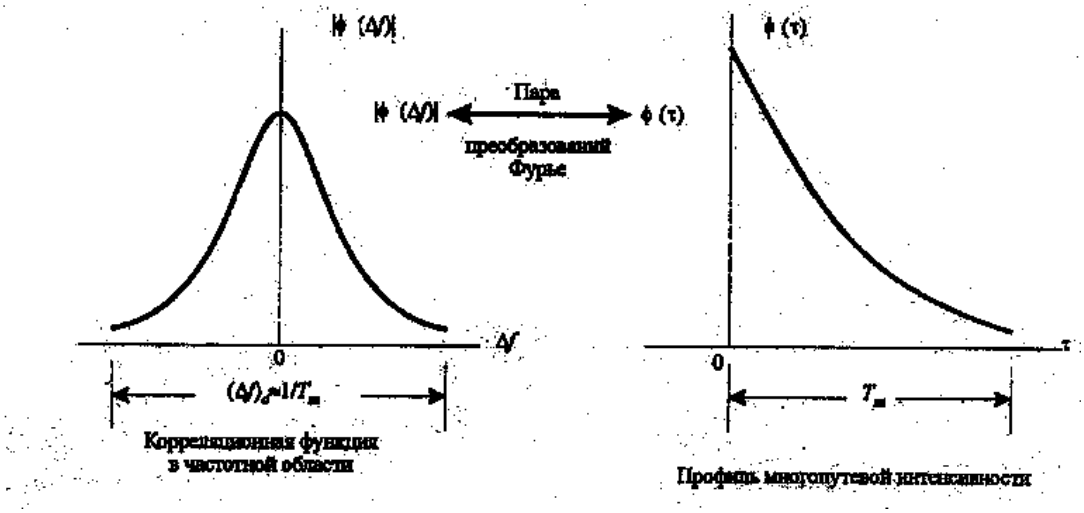


Рис. 1.4

ла. Как следствие преобразования Фурье между $\Phi(\Delta\omega)$ и $\phi(\tau)$, обратная величина многолучевого рассеяния является мерой частотной когерентности канала. Полоса когерентности определяется выражением

$$\Delta\omega_c = \frac{1}{T_m}. \tag{1.33}$$

Таким образом, два синусоидальных сигнала с разностью частот $\Delta\omega$, превышающей $\Delta\omega_c$, ведут себя различно в канале. Если $\Delta\omega_c$ мало по сравнению с полосой передаваемого сигнала, то канал называют частотно селективным. При этом сигнал существенно искажается в канале. С другой стороны, если полоса когерентности велика по сравнению с полосой передаваемого сигнала, канал называют частотно неселективным.

Обратим внимание на временные характеристики канала, описываемые параметром Δt в $\Phi(\Delta\omega;\Delta t)$. Изменения характеристик сигнала во времени свидетельствуют о доплеровском рассеянии, и, возможно, о сдвиге спектральных линий. Рассмотрим преобразование Фурье функции $\Phi(\Delta\omega;\Delta t)$ по переменной Δt

$$S(\Delta\omega;\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\Delta\omega;\Delta t)\mathrm{e}^{-i2\pi\lambda\Delta t}\, d\Delta t, \tag{1.34}$$

где λ – доплеровская частота. При $\Delta\omega = 0$ из (14) следует

$$S(\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \Phi(\Delta t)\mathrm{e}^{-i2\pi\lambda\Delta t}\, d\Delta t, \tag{1.3}$$

Функция $S(\lambda)$ определяет спектр мощности и дает интенсивность сигнала как функцию доплеровской частоты. Поэтому $S(\lambda)$ называется доплеровским спектром мощности канала.

Если характеристики канала не изменяются во времени, то $\Phi(\Delta t) = K = const$, и $S(\lambda) = K\,\delta(\lambda)$. Следовательно, если характеристики сигнала не меняются во времени, то расширения спектра сигнала не наблюдается.

Область значений λ, в которой $S(\lambda)$ существенно отлична от нуля, называют доплеровским рассеянием в канале и обозначают B_d. Обратная величина

$$\Delta t_c \approx \frac{1}{B_d} \tag{1.36}$$

называется временем когерентности. Ясно, что канал с медленными изменениями во времени имеет большую временную когерентность или, что эквивалентно, малое доплеровское рассеяние. Рис. 1.5 иллюстрирует соотношение между $\Phi(\Delta t)$ и $S(\lambda)$.

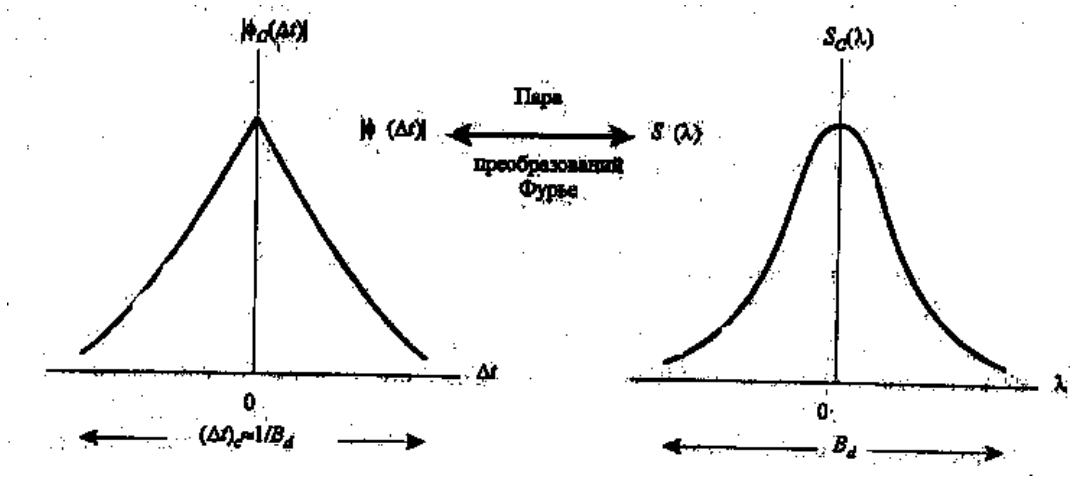


Рис. 1.5

Введем функцию $S_1(\tau;\lambda)$ как преобразование Фурье функции $\phi(\tau;\Delta t)$ по переменной Δt

$$S_1(\tau;\lambda) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(\tau;\Delta t)\mathrm{e}^{-i2\pi\lambda\Delta t}\, d\Delta t\,. \tag{1.37}$$

Из (1.37) следует, что $S_1(\tau;\lambda)$ и $S(\Delta\omega;\lambda)$ являются парой преобразований Фурье

$$S_1(\tau;\lambda) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty} S(\Delta\omega;\lambda)\mathrm{e}^{-i\,\tau\Delta\omega}\, d\Delta\omega\,. \tag{1.38}$$

Функции $S_1(\tau;\lambda)$ и $\Phi(\Delta\omega;\Delta t)$ связаны двойным преобразованием Фурье

$$S_1(\tau;\lambda)=\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\Phi(\Delta\omega;\Delta t)\mathrm{e}^{-i2\pi\lambda\Delta t}\mathrm{e}^{i\Delta\omega\tau}\,d\Delta t\,d\Delta\omega\,. \qquad (1.39)$$

Функция $S_1(\tau;\lambda)$ называется функцией рассеяния канала. Она определяет меру средней мощности на выходе канала как функцию времени задержки τ и доплеровской частоты.

При описании многолучевого распространения радиоволн используются различные статистические модели канала. При наличии на пути распространения сигнала большого числа рассеивателей, как уже указывалось выше, используется гауссова модель. Огибающая характеристики канала в любой момент времени имеет релеевское распределение вероятностей, а фаза распределена равномерно в интервале (0, 2π). Релеевское распределение можно записать в виде

$$p_R(r)=\frac{2r}{\Omega}\mathrm{e}^{-r^2/\Omega}, \qquad (1.40)$$

где $\Omega=E\left(R^2\right)$. Релеевское распределение характеризуется единственным параметром $E\left(R^2\right)$.

Альтернативной статистической моделью для огибающей характеристики канала является m-распределение Накагами. В отличие от распределения Релея с единственным параметром, m-распределение Накагами является двухпараметрическим. Оно включает параметр m и второй момент $\Omega=E\left(R^2\right)$. Как следствие, m-распределение позволяет более гибко и точно оценить статистику наблюдаемых сигналов. Его можно использовать для условий замираний в канале, которые являются более глубокими, чем определяемые законом распределения Релея. Распределение Накагами включает распределение Релея как частный случай (m=1).

Распределение Райса также имеет два параметра s и σ^2. Параметр s называется параметром нецентральности в эквивалентном хи-квадрат распределении. Он определяет мощность не замирающей сигнальной компоненты, иногда называемой зеркальной (регулярной) компонентой принимаемого сигнала.

1.3. Замирания в каналах связи

В каналах мобильной связи наблюдаются замирания сигналов двух типов – крупномасштабное и мелкомасштабное замирания. Крупномасштабное замирание отражает среднее ослабление мощности сигнала или потери в тракте вследствие распространения на большое расстояние. Крупномасштабное замирание определяется наличием вдоль трассы распространения таких объектов, как холмы, леса, здания рекламные шиты и т.д. Статистика крупномасштабного замирания позволяет приблизительно рассчитать потери в тракте как функцию расстояния. В этом случае мощность принимаемого сигнала уменьшается с расстоянием по степенному закону, а отклонения от среднего значения определяются логарифмически нормальным распределением. Мелкомасштабное замирание – это значительные вариации амплитуды и фазы сигнала на масштабах порядка длины волны. Мелкомасштабное замирание проявляется как расширение сигнала во времени (временное рассеяние) и нестационарное поведение канала. В системах мобильной связи параметры канала изменяются во времени из-за движения передатчика или приемника. Мелкомасштабное замирание называется релеевским, если прямая видимость между передатчиком и приемником отсутствует, а сигнал в точку приема приходит в результате многократных отражений от различных объектов. Огибающая такого сигнала статистически описывается с помощью релеевской функции плотности вероятности. Если преобладает прямой сигнал (между передатчиком и приемником есть прямая видимость), то огибающая мелкомасштабного замирания описывается функцией плотности вероятности Райса.

Крупномасштабное замирание принято рассматривать как пространственное усреднение мелкомасштабных флуктуаций сигнала. Оно определяется, как правило, путем усреднения сигнала по интервалу, превышающему 10-30 длин волн. В этом случае мелкомасштабные флуктуации (главным образом релеевские) отделяются от крупномасштабных вариаций (обычно с логарифмически нормальным распределением).

Основными физическими процессами, определяющими характер распространения сигнала в системах мобильной связи, являются отражение, дифракция и рассеяние (см. рис. 1.6).

- Отражение радиоволн происходит при наличии на трассе гладкой поверхности с размерами, намного превышающими длину волны радиочастотного сигнала. В системах мобильной связи отражение радиоволн может происходить от земной поверхности, стен зданий, мебели или оборудования внутри помещений.
- Дифракция радиоволн наблюдается при наличии между передатчиком и приемником объекта с размерами, превышающими длину волны, и препятствующего прямому распространению сигнала. В результате дифракции радиоволны могут достигать приемной антенны в отсутствии прямой видимости между передатчиком и приемником. В городских условиях радиоволны дифрагируют на кромках зданий, автомобилях и многих других объектах.
- Рассеяние встречается при наличии шероховатой поверхности или объектов, размеры которых малы по сравнению с длиной волны. В условиях города рассеяние радиоволн может происходить на фонарных столбах, дорожных знаках, деревьях и т.п.

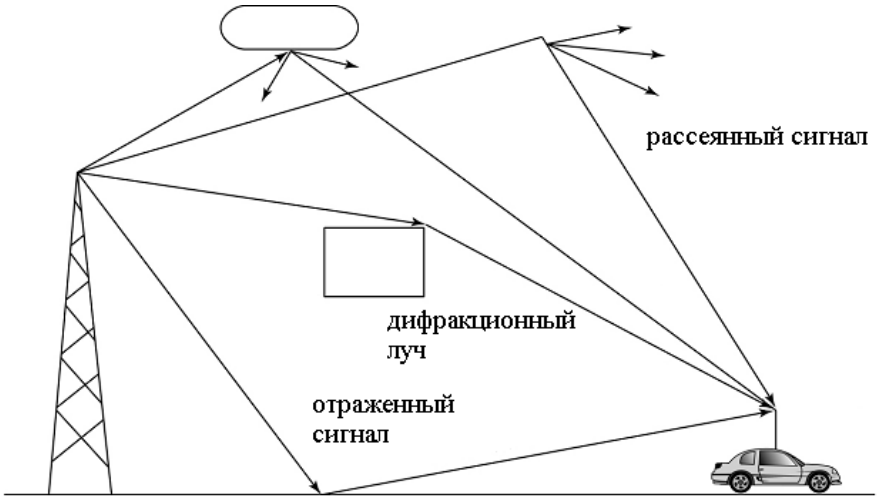


Рис. 1.6

Представим переданный сигнал в комплексной форме записи

$$s(t) = \mathrm{Re}\left[g(t)\exp(i\omega t)\right], \tag{1.41}$$

где Re[…] – знак действительной части выражения […], ω – несущая частота сигнала, g(t) – комплексная огибающая сигнала s(t). Огибающую удобно представить в виде

$$g(t) = |g(t)|\exp(i\varphi(t)) = R(t)\exp(i\varphi(t)) \tag{1.42}$$

где *R(t)* – модуль огибающей, а φ(t) – ее фаза. Для сигнала с частотной или фазовой модуляцией *R(t)* будет постоянной величиной.

В процессе распространения сигнала на трассе происходит изменение огибающей сигнала, которая в этом случае может быть записана в следующем виде:

$$\tilde{g}(t) = \alpha(t)e^{-i\theta(t)}g(t), \tag{1.43}$$

где множитель $\alpha(t)e^{-i\theta(t)}$ характеризует затухание сигнала на трассе. Амплитуда модифицированной огибающей (1.43) может быть представлена в виде произведения трех сомножителей

$$\alpha(t)R(t) = m(t)\cdot r_0(t)\cdot R(t). \tag{1.44}$$

Здесь *m(t)* – множитель, описывающий крупномасштабное замирание огибающей, $r_0(t)$ – мелкомасштабное замирание. Иногда *m(t)* называют локальным средним или логарифмически нормальным замиранием, поскольку его значения можно статистически описывать с помощью логарифмически нормальной функции распределения вероятностей. При этом выраженное в децибелах значение *m(t)* будет описываться гауссовой функцией распределения вероятностей.

Множитель $r_0(t)$ описывает релеевское замирание. На рис. 1.7 схематически показаны крупномасштабные и мелкомасштабные замирания сигнала. Предполагается, что передается немодулированная волна, т.е. в любой момент времени $R(t)=1$. Характерное смещение антенны, соответствующее мелкомасштабным замираниям, примерно равно половине длины волны. Локальное среднее *m(t)* можно оценить путем усреднения огибающей сигнала по 10-30 длинам волн. Логарифмически нормально распределенное замирание является относительно медленно меняющейся функцией местоположения приемной антенны. Для мобильного приемника замирания в пространстве эквивалентны временным вариациям сигнала.

Крупномасштабные замирания

Для систем мобильной связи Окумурой [7] было проведено большое число измерений затухания на трассах различной протяженности для различных высот передающей и приемной антенн. На основе результатов измерений Хата [8] предложил эмпирические формулы, позволяющие рассчитать затухание сигнала. Результаты измерений и теоретических расчетов показывают, что среднее значение потерь растет с ростом расстояния d между передающей и приемной антеннами пропорционально некоторой степени расстояния

$$\overline{L}_p(d) \propto \left(\frac{d}{d_0}\right)^n, \qquad (1.45)$$

где d_0 – некоторое начальное расстояние, соответствующее некоторой точке в дальней зоне передающей антенны. Обычно d_0 выбирается равным 1 км для макросот, 100 м – для микросот и 1 м – для пикосот. Показатель степени n в свободном пространстве равен 2. При распространении вдоль улиц или в коридорах зданий, где наблюдается волноводный

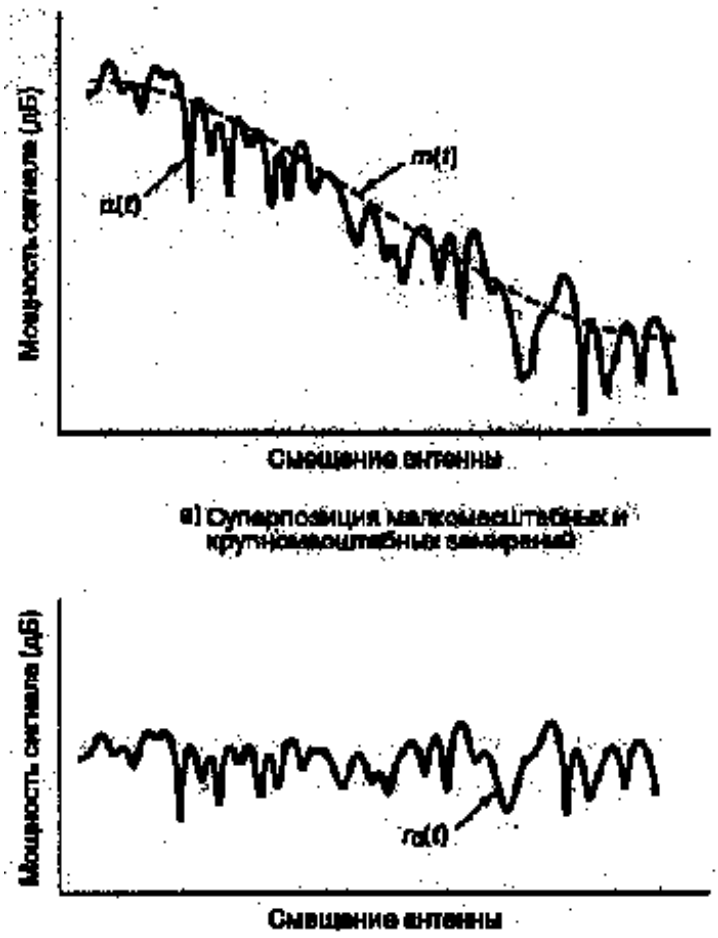


Рис. 1.7

механизм распространения радиоволн n может быть меньше 2. При наличии препятствий n больше двух. Обычно потери выражаются в децибелах

$$\overline{L}_p(d) = L_s(d_0) + 10n\lg\left(\frac{d}{d_0}\right), \qquad (1.46)$$

где $L_s(d_0)$ – затухание на трассе прямой видимости длиной d_0.

График зависимости $\overline{L}_p(d)$ в логарифмическом масштабе представляет

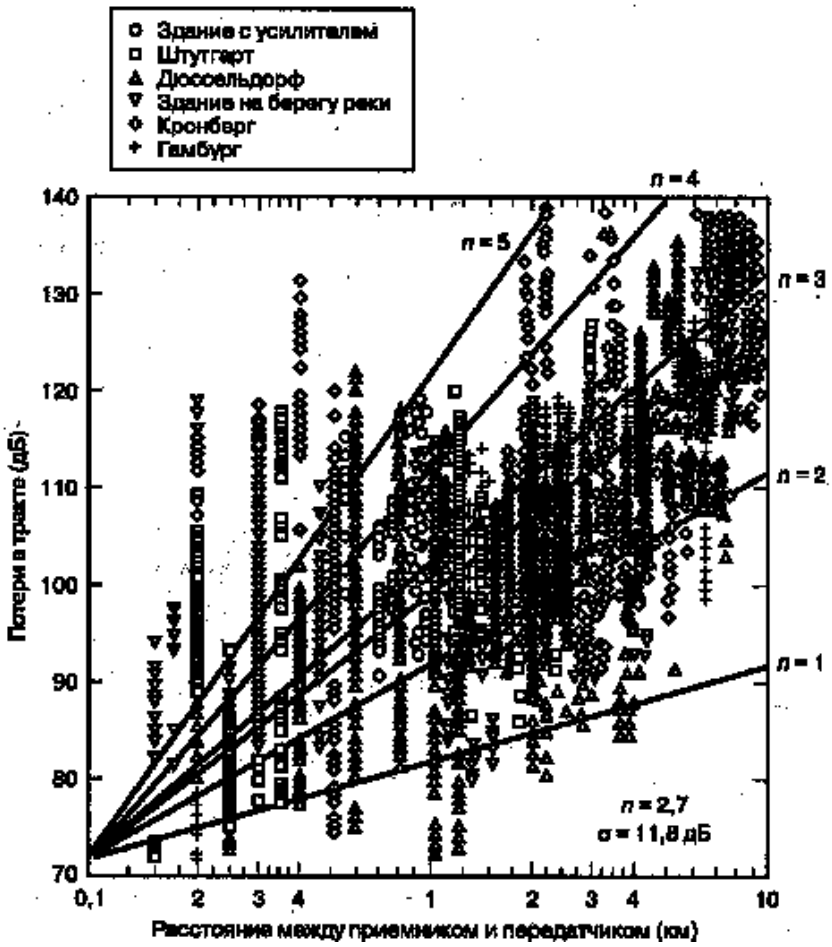


Рис. 1.8

собой прямую линию, тангенс угла наклона которой равен $10n$. На рис. 1.8 показаны потери в зависимости от расстояния, измеренные в нескольких городах Германии. Здесь потери измерялись относительного начального расстояния $d_0 = 100$ м. Из рис. 1.8 видно, что разброс величины потерь на различных трассах может быть значительным. Измерения показывают, что потери являются случайной величиной, имеющей логарифмически нормальное распределение в окрестности среднего значения. Таким образом, потери можно представить в следующем виде

$$L_p(d) = L_s(d_0) + 10n\lg\left(\frac{d}{d_0}\right) + X_\sigma, \qquad (1.47)$$

где X_σ – случайная гауссова величина с нулевым средним и среднеквадратичным отклонением σ. Значение X_σ зависит от местоположения приемной антенны и расстояния между приемником и передатчиком. Обычные значения X_σ – это 6-10 дБ, в ряде случаев и больше.

Таким образом, для статистического описания потерь вследствие крупномасштабного замирания при расположении корреспондирующих пунктов на определенном расстоянии необходимы следующие параметры: 1) эталонное расстояние d_0, 2) показатель степени n и 3) среднеквадратичное отклонение X_σ.

Мелкомасштабное замирание

Предположим, что перемещение приемной антенны происходит в ограниченной области пространства так, что влияние крупномасштабного замирания можно не учитывать, т.е. множитель $m(t)$ в (4) равен единице. Пусть сигнал в точку приема приходит различными путями в результате отражения от многих объектов, расположенных вдоль радиотрассы (многолучевое распространение). С каждой траекторией распространения сигнала связано свое время задержки $\tau_n(t)$ и свой амплитудный множитель $\alpha_n(t)$. Принимаемый сигнал в этом случае можно записать в виде

$$r(t) = \sum_n \alpha_n(t) s[t - \tau_n(t)]. \tag{1.48}$$

Подставляя (1.41) в (1.48), получаем

$$\begin{aligned} r(t) &= \mathrm{Re}\left(\left\{ \sum_n \alpha_n(t) g[t - \tau_n(t)] \right\} \mathrm{e}^{i\omega[t-\tau_n(t)]} \right) = \\ &= \mathrm{Re}\left(\left\{ \sum_n \alpha_n(t) \mathrm{e}^{-i\omega\tau_n(t)} g[t - \tau_n(t)] \right\} \mathrm{e}^{i\omega t} \right) \end{aligned} \tag{1.49}$$

Следовательно, огибающая принимаемого сигнала имеет вид

$$z(t) = \sum_n \alpha_n(t) \mathrm{e}^{-i\omega\tau_n(t)} g[t - \tau_n(t)]. \tag{1.50}$$

Рассмотрим передачу немодулированного сигнала (несущей) на частоте ω. В этом случае $g(t) = 1$ и из (1.50) получаем

$$z(t) = \sum_n \alpha_n(t) \mathrm{e}^{-i\omega\tau_n(t)} = \sum_n \alpha_n(t) \mathrm{e}^{-i\theta_n(t)}, \tag{1.51}$$

где $\theta_n(t) = \omega\tau_n(t)$. Сигнал (11) состоит из суммы переменных во времени векторов, имеющих амплитуду $\alpha_n(t)$ и фазу $\theta_n(t)$. Заметим, что фаза сигнала изменя-

ется на 2π радиан при изменении задержки τ_n на величину $2\pi/\omega = 1/f$. Например, при значении несущей частоты сигнала f = 900 Мгц задержка составляет всего 1,1 нс. Такое изменение времени задержки соответствует изменению длины пути распространения радиоволн в свободном пространстве на 33 см.

Выражение (1.51) можно записать в более компактном виде

$$z(t) = \alpha(t)\mathrm{e}^{-i\theta(t)}. \tag{1.52}$$

Здесь $\alpha(t)$ – результирующая амплитуда, а $\theta(t)$ – результирующая фаза. На рис. 1.9 показан пример интерференции двух сигналов (прямого и отраженного), приводящей к мелкомасштабным замираниям. Отраженный сигнал имеет

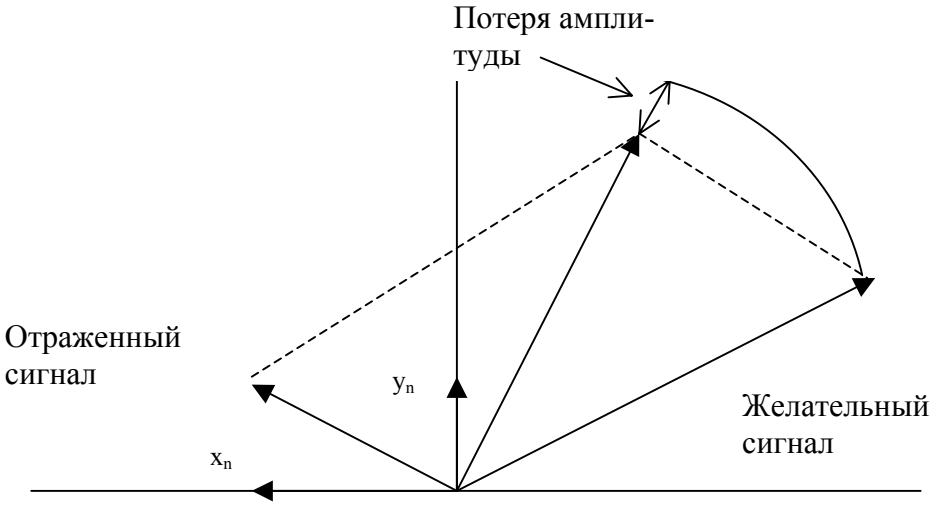


Рис. 1.9

меньшую по сравнению с прямым сигналом амплитуду и фазовый сдвиг, связанный с увеличением пути распространения. Отраженные сигналы можно описать с помощью ортогональных компонентов $x_n(t)$ и $y_n(t)$, где

$$x_n(t) + iy_n(t) = \alpha_n(t)\mathrm{e}^{-i\theta_n(t)}. \tag{1.53}$$

Если количество таких компонентов велико и ни один из них не преобладает (такая ситуация имеет место при отсутствии прямого сигнала), то в фиксированный момент времени переменные $x_r(t)$ и $y_r(t)$, являющиеся результатом суммирования всех $x_n(t)$ и $y_n(t)$, соответственно, будут иметь гауссову функцию распределения вероятностей. Эти ортогональные компоненты дают мелкомасштабное замирание r_0, определенное в (1.54). При немодулированной несущей r_0 является модулем $z(t)$

$$r_0(t) = \sqrt{x_r^2(t) + y_r^2(t)}. \tag{1.54}$$

Если принимаемый сигнал является суммой множества отраженных сигналов и значительного по амплитуде прямого сигнала (при наличии прямой видимости между передающей и приемной антеннами), то амплитуда огибающей в этом случае имеет райсовскую функцию распределения плотности вероятности

$$p(r_0) = \begin{cases} \dfrac{r_0}{\sigma^2}\exp\left[-\dfrac{\left(r_0^2 + A^2\right)}{2\sigma^2}\right] I_0\left(\dfrac{r_0 A}{\sigma^2}\right) & \text{для} \quad r_0 \ge 0, A \ge 0 \\ 0 & \text{для других} \quad r_0, A \end{cases}. \tag{1.55}$$

В этом случае замирания называют райсовскими. Здесь $I_0(x)$ – модифицированная функция Бесселя первого рода нулевого порядка.

При движении приемника величина r_0 меняется со временем, но в любой фиксированный момент времени – это случайная величина, являющаяся положительным действительным числом. Поэтому, описывая функцию плотности вероятности, зависимость от времени можно опустить. При этом параметр σ^2 имеет смысл средней мощности многолучевого сигнала, A – так называемый зеркальный компонент. Распределение Райса часто записывают через параметр K, определяемый как отношение мощности зеркального компонента к мощности многолучевого сигнала

$$K = \frac{A^2}{2\sigma^2}. \tag{1.56}$$

При уменьшении зеркального компонента до нуля распределение Райса стремится к распределению Релея

$$p(r_0) = \begin{cases} \dfrac{r_0}{\sigma^2} \exp\left[-\dfrac{r_0^2}{2\sigma^2} \right] I_0\left(\dfrac{r_0 A}{\sigma^2} \right) & \text{для} \quad r_0 \geq 0 \\ 0 & \text{для других} \quad r_0 \end{cases} . \qquad (1.57)$$

Релеевский замирающий компонент иногда называют случайным, рассеянным или диффузным. Таким образом, распределение Релея описывает канал в отсутствии зеркального компонента.

Мелкомасштабное замирание проявляется двумя способами: (1) путем расширения цифровых импульсов сигнала и (2) посредством переменного во времени поведения канала, вызванного движением мобильной станции. Каждый из возможных механизмов замираний можно рассматривать в двух областях – временной и частотной. Во временной области расширение сигнала, связанное с многолучевостью, характеризуется временем задержки, а в частотной области – полосой когерентности. Подобным образом нестационарный механизм во временной области будет характеризоваться временем когерентности сигнала, а в частотной области – скоростью замирания или доплеровским расширением.

На рис. 1.10 приведены характерные зависимости амплитуды принимаемого сигнала при наличии замираний.

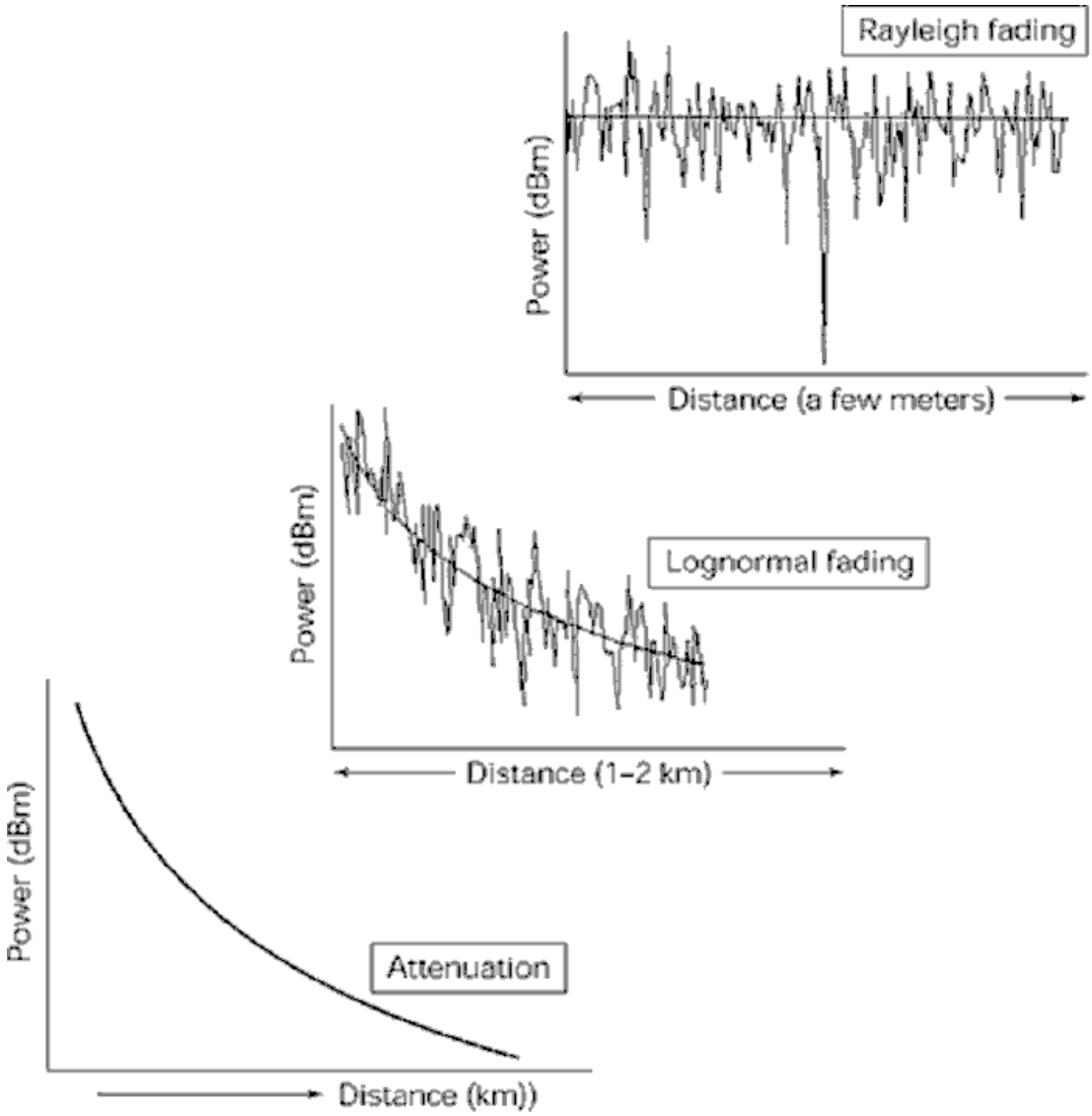


Рис. 1.10

2. Основные особенности распространения радиоволн в системах мобильной связи

Типовая модель системы мобильной связи включает в себя одну или несколько поднятых антенн базовой станции, относительно короткий участок радиотрассы прямой видимости (LOS), несколько радиотрасс с переотражениями, т.е. трасс непрямой видимости (NLOS), а также несколько антенн подвижных станций. Структура такой системы показана на рис. 2.1.

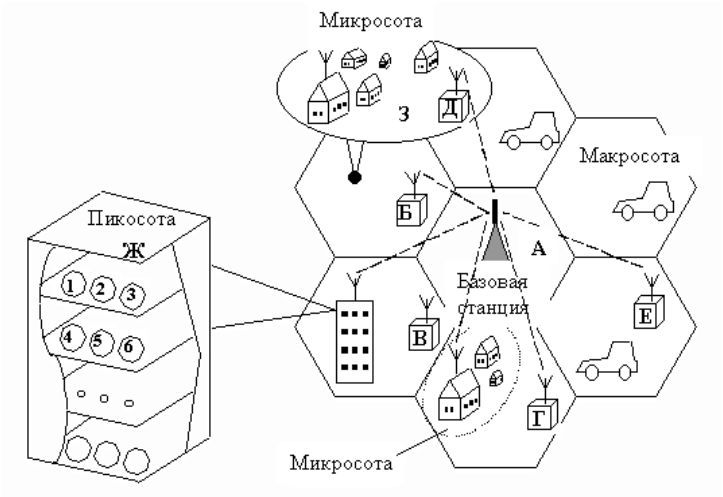


Рис. 2.1

Размеры макросот, как правило, больше километра. Мощность передающей станции превышает 10 Вт. Коэффициент усиления передающей антенны – 10-20 дБ. Макросоты плохо изолированы одна от другой. Распространение сигнала внутри макросоты характеризуется большим временным рассеянием. В пределах макросоты находится большое число рассеивателей, распространение имеет многолучевой характер.

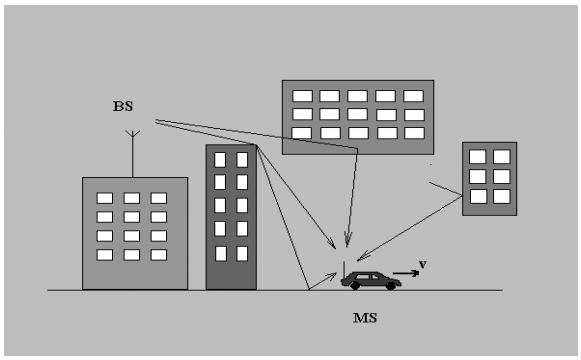


Рис. 2.2

Микросоты имеют размеры 0,1-1 км. Типичная мощность передатчика базовой станции более 1 Вт. Используются передающие антенны с коэффициентом усиления 5-10 дБ. Микросоты хорошо изолированы одна от другой. Для сигналов, распространяющихся внутри микросоты характерны небольшие временные задержки. Присутствуют как открытые, так и закрытые трассы. При связи с подвижным объектом наблюдаются значительные замирания сигнала (до 20-30 дБ), связанные с изменением условий распространения радиоволн.

Пикосоты (офисы, магазины, железнодорожные станции, аэропорты) имеют размеры 10-200 м. Антенна базовой станции располагается либо вне здания, либо внутри него. В последнем случае часто используются распределенные антенные системы. Коэффициенты усиления антенн около 2 дБ. Для пикосот характерно очень малые времена задержки сигнала.

В большинстве случаев радиосвязь ведется в отсутствие прямой видимости. В этих условиях может существовать более одного пути распространения радиоволн между базовой и мобильной станциями. Такое распространение называется многолучевым. Радиоволны приходят в точку приема в результате многократного отражения от зданий и других объектов. Трасса распространения

радиоволн, как правило, нестационарна, что связано либо с перемещением мобильной станции, либо с перемещением других подвижных объектов, например, автомобилей. Распространение радиоволн в подобных условиях характеризуется следующими основными эффектами: замираниями, связанными с многолучевостью; затенением (или экранированием); временным рассеянием; доплеровским рассеянием и потерями при распространении. Рис. 2.2 иллюстрирует многолучевой характер распространения радиоволн между базовой и мобильной станциями. В результате многократного отражения радиоволн от различных объектов при работе передатчика в режиме непрерывного излучения создается сложная интерференционная картина, приводящая к замираниям принимаемого сигнала. Пример таких замираний (федингов), связанных с движением приемника приведен на рис. 2.3.

При работе передатчика в импульсном режиме многолучевое распространение может приводить к тому, что в точке приема наблюдаются сигналы с различными временными задержками. Накладываясь один на другой, они могут приводить к заметному искажению сигнала (межсимвольной интерференции). Это явление называется временным рассеянием сигнала.

Основными характеристиками временного рассеяния являются верхняя граница временного рассеяния и среднеквадратичное значение временного рассеяния (рис. 2.4 и 2.5).

Рис. 2.3

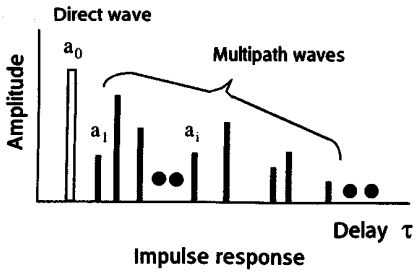


Рис. 2.4

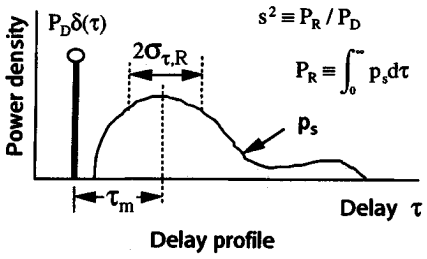


Рис. 2.5

Замирания на трассе можно разделить на долговременные (усредненные) и кратковременные (быстрые). Если усреднить быстрые замирания, связанные с многолучевостью, остается неселективное затенение. Причиной этого явления являются особенности рельефа местности вдоль трассы распространения радиоволн.

В следующем разделе будут рассмотрены некоторые модели, используемые для описания особенностей распространения радиоволн в системах мобильной связи.

3. Модели, используемые для описания распространения радиоволн

3.1. Основы теории распространения радиоволн в свободном пространстве и при наличии препятствий

3.1.1. Решение уравнения Гельмгольца для векторного потенциала в свободном пространстве

При изучении излучения и распространения электромагнитных волн широко используются векторные и скалярные потенциалы электромагнитного поля. Известно, что векторный потенциал электрического типа $\vec{A}$ для гармонических полей удовлетворяет уравнению Гельмгольца [9]

$$\Delta\vec{A} + k^2\vec{A} = -\vec{j}\ , \tag{3.1}$$

где $k = \omega\sqrt{\varepsilon\varepsilon_0\mu\mu_0}$ – волновое число, $\vec{j}$ – плотность электрического тока в источнике. В однородном безграничном пространстве с заданным распределением токов в ограниченной области V строгое решение уравнения (3.1) можно записать в виде

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi}\int_V \vec{j}\,\frac{e^{ikr}}{r}\,dV - \frac{1}{4\pi}\int_S\left(\vec{A}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\vec{A}}{\partial n}\right)dS, \tag{3.2}$$

где $\vec{n}$ – внешняя нормаль к поверхности S, φ – вспомогательная функция, удовлетворяющая однородному уравнению Гельмгольца. В качестве такой функции можно взять

$$\varphi = \frac{e^{ikr}}{r}, \tag{3.3}$$

где r – расстояние от текущей точки интегрирования до точки наблюдения.

Если наряду с заданным в области V распределением $\vec{j}$ заданы значения $\vec{A}$ и $\partial\vec{A}/\partial n$ на поверхности S, то (3.3) представляет собой решение уравнения (3.1). В случае свободного пространства оказывается возможным выбрать поверхность S таким образом, чтобы поверхностный интеграл в (3.2) был равен нулю. Следовательно, электромагнитное поле заданных в токов в свободном пространстве может быть представлено в виде

$$\vec{A} = \frac{1}{4\pi}\int_V \vec{j}\,\frac{e^{ikr}}{r}\,dV\ . \tag{3.4}$$

В частности, если источником служит элементарный электрический вибратор, расположенный в начале декартовой системы координат и ориентированный вдоль оси z, то $\vec{j} = Il\,\delta(x)\delta(y)\delta(z)\vec{e}_z$, где Il – токовый момент. Тогда

$$\vec{A} = \frac{Il}{4\pi} \cdot \frac{e^{ikr}}{r} \vec{e}_z . \qquad (3.5)$$

Как видно из (3.5), поле элементарного электрического вибратора представляет собой расходящуюся сферическую волну. Следовательно, выражение (3.4) для произвольного излучателя на больших расстояниях также представляет собой сферическую волну.

3.1.2. Математическая формулировка принципа Гюйгенса-Френеля.

Рассмотрим замкнутую область пространства, ограниченную двумя замкнутыми поверхностями S и S_1, внутри которой находится точка наблюдения. Предположим, что источники поля расположены внутри области V_0, ограниченной поверхностью S. Применяя формулу (3.2), получаем [10]

$$\vec{A} = -\frac{1}{4\pi}\int_S \left(\vec{A}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\vec{A}}{\partial n} \right) dS - \frac{1}{4\pi}\int_{S_1} \left(\vec{A}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\vec{A}}{\partial n} \right) dS . \qquad (3.6)$$

Поскольку вне области, ограниченной поверхностью S_1, токов нет, то поверхностный интеграл по S_1 равен нулю. С другой стороны, токи вне поверхности S вообще отсутствуют. Следовательно, поле в точке наблюдения может быть определено двояким образом:

$$\vec{A} = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_{V_0} \vec{j}\,\frac{e^{ikr}}{r}\,dV , \\ -\dfrac{1}{4\pi}\displaystyle\int_S \left(\vec{A}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\vec{A}}{\partial n} \right) dS. \end{cases} \qquad (3.7)$$

Здесь S – произвольная замкнутая поверхность, охватывающая источники поля, V_0 – объем, занимаемый источниками.

Таким образом, в соответствии с выражениями (3.7) поле в точке наблюдения может быть определено как поле первичных излучателей непосредственно, либо может рассматриваться как поле вторичных источников, непрерывно распределенных по замкнутой поверхности, охватывающей первичные источники. Понятие вторичных источников было впервые введено Гюйгенсом во второй половине XVII века. В соответствии с принципом Гюйгенса каждая точка волнового фронта может рассматриваться как источник вторичных сферических волн. В начале XIX века Френель дополнил принцип Гюйгенса, сделав его пригодным для объяснения дифракционных эффектов. Формула (3.7) , по существу, является математической формулировкой принципа Гюйгенса-Френеля.

3.1.3. Зоны Френеля

Рассмотрим пример применения формулы Кирхгофа (3.7). Пусть поверхность S состоит из двух частей – плоскости S_0 и полусферы S_∞ радиуса r_∞ с

центром на плоскости S_0 (см. рис. 3.1). Предположим, что в точке О расположен точечный излучатель – элементарный диполь. В соответствии с (3.7) поле в точке наблюдения А можно записать в виде

$$\vec{A} = -\frac{1}{4\pi}\int_{S_0}\left(\vec{A}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\vec{A}}{\partial n}\right)dS - \frac{1}{4\pi}\int_{S_\infty}\left(\vec{A}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\vec{A}}{\partial n}\right)dS. \qquad (3.8)$$

Вычислим интеграл по полусфере S_∞. Заметим, что

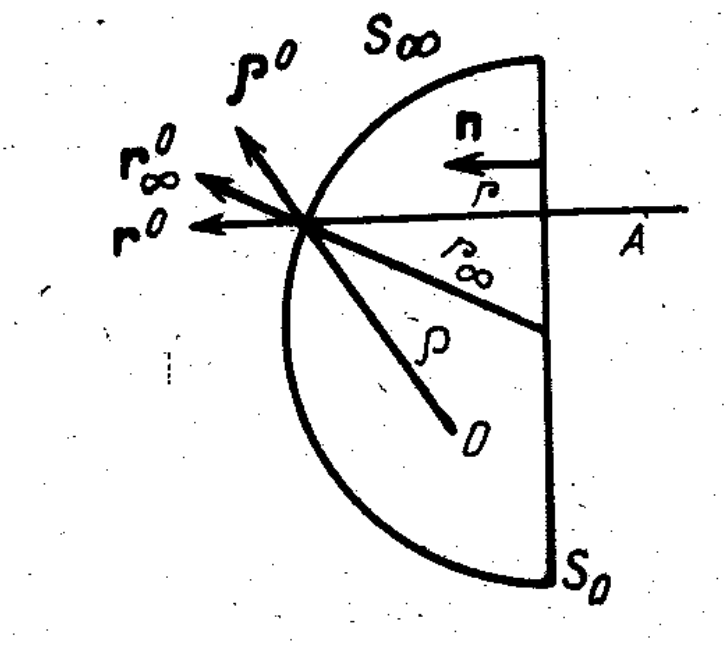


Рис. 3.1

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} = \frac{\partial\varphi}{\partial r}\cos(\vec{n},\vec{e}_r), \qquad (3.9)$$

$$\frac{\partial\vec{A}}{\partial n} = \frac{\partial\vec{A}}{\partial r}\cos(\vec{n},\vec{e}_\rho). \qquad (3.10)$$

Здесь $\vec{e}_r$ и $\vec{e}_\rho$ – единичные векторы. Если радиус полусферы r_∞ достаточно велик, так что выполняются условия $kr >> 1$ и $k\rho >> 1$, то

$$\frac{\partial\varphi}{\partial n} \approx ik\frac{e^{ikr}}{r}\cos(\vec{n},\vec{e}_r), \qquad (3.11)$$

$$\frac{\partial\vec{A}}{\partial n} \approx ik\frac{I\vec{l}}{4\pi}\frac{e^{ikr}}{r}\cos(\vec{n},\vec{e}_\rho). \qquad (3.12)$$

При устремлении радиуса полусферы r_∞ к бесконечности интеграл по полусфере стремится к нулю.

Отметим, что при наличии внутри рассматриваемой области нескольких первичных источников интеграл по поверхности полусферы бесконечно большого радиуса также стремился к нулю.

Таким образом, в однородной безграничной среде поле может быть выражено через поверхностный интеграл по безграничной плоскости, расположенной между излучателем и точкой наблюдения

$$\vec{A} = -\frac{1}{4\pi}\int_{S_0}\left(\vec{A}\frac{\partial\varphi}{\partial n} - \varphi\frac{\partial\vec{A}}{\partial n}\right)dS. \qquad (3.13)$$

Известно, что на этой плоскости можно выделить наиболее существенную область интегрирования. Воспользуемся тем, что существует некоторая свобода в выборе функции φ. Функция φ является решением уравнения Гельмгольца, соответствующим расходящимся волнам. Можно выбрать φ так, чтобы на поверхности S_0 выполнялось одно из двух условий: $\varphi = 0$ или $\partial\varphi/\partial n = 0$. В качестве таких функций можно выбрать следующие:

$$\varphi = \frac{e^{ikr_1}}{r_1} - \frac{e^{ikr_2}}{r_2}, \tag{3.14}$$

$$\varphi = \frac{e^{ikr_1}}{r_1} + \frac{e^{ikr_2}}{r_2}. \tag{3.15}$$

Здесь r_1 – расстояние от точки наблюдения до произвольной точки в области наблюдения, а r_2 – расстояние от зеркального изображения точки наблюдения в плоскости S_0 до той же точки. Тогда используя (3.14) из (3.13) получаем

$$\vec{A} = -\frac{1}{2\pi}\int_{S_0} \vec{A}\frac{\partial}{\partial n}\left(\frac{e^{ikr}}{r}\right)dS. \tag{3.16}$$

Пользуясь формулой (3.16), можно вычислить поле в точке наблюдения в виде интеграла по вторичным источникам, расположенным в безграничной плоскости, которую удобно расположить перпендикулярно прямой, соединяющей первичный источник и точку наблюдения. Взяв в качестве первичного источника элементарный электрический диполь, получаем

$$\vec{A} = \frac{il\,\vec{I}}{4\pi\lambda}\int_{S_0} \frac{e^{ik(r+\rho)}}{r\rho}\cos(\vec{n},\vec{e}_r)dS. \tag{3.17}$$

Анализ интеграла (3.17) позволяет установить наличие области, существенной при распространении радиоволн. Этот анализ удобно проводить с помощью построения зон Френеля. Разделим плоскость S_0 на области, границы которых определяются следующими условиями

$$\begin{aligned}
&\rho_1 + r_1 - (\rho_0 + r_0) = \frac{\lambda}{2},\\
&\rho_2 + r_2 - (\rho_0 + r_0) = 2\frac{\lambda}{2},\\
&\ldots\\
&\rho_n + r_n - (\rho_0 + r_0) = n\frac{\lambda}{2}.
\end{aligned} \tag{3.18}$$

Согласно этим равенствам вторичные источники, расположенные на границах двух соседних зон, излучают волны, приходящие в точку наблюдения в проти-

вофазе. В данном случае первая зона Френеля представляет собой круг, а следующие зоны – концентрические кольца (см. рис. 3.2). Радиус внешней границы зоны Френеля с номером n определяется выражением

$$R_n = \sqrt{\frac{n\lambda\rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}}. \qquad (3.19)$$

Площади всех зон одинаковы и равны

$$a_0 = \frac{\pi\lambda\rho_0 r_0}{\rho_0 + r_0}. \qquad (3.20)$$

Основной вклад в поле в точке наблюдения вносят вторичные источники, рас-

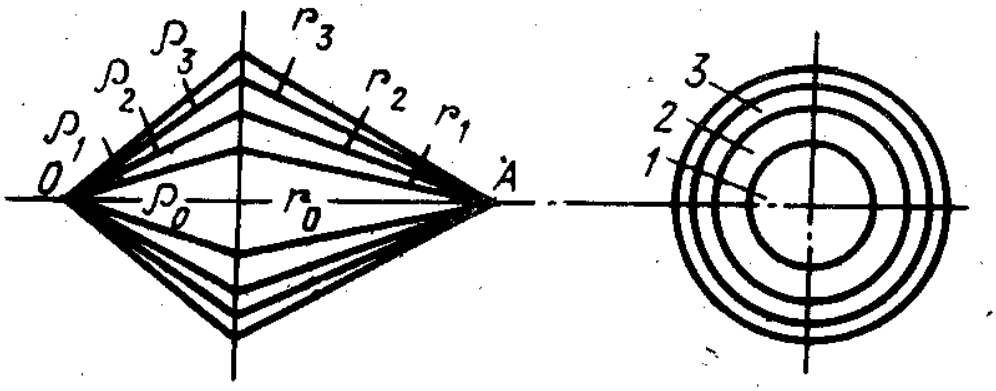


Рис. 3.2

положенные в пределах нескольких первых зон Френеля.

Если перемещать плоскость S_0 параллельно самой себе вдоль прямой, соединяющей источник и точку наблюдения, то границы зон Френеля опишут в пространстве эллипсоиды вращения с фокусами в точках, где расположен источник и точка наблюдения. Область пространства между двумя соседними эллипсоидами называют пространственной зоной Френеля.

Таким образом, из проведенного анализа можно сделать вывод о наличии области пространства, существенной для распространения радиоволн. Эта область представляет собой несколько первых пространственных зон Френеля.

3.1.4. Дифракция на крае полубесконечного экрана

Представим себе экран в виде полубесконечного тонкого металлического листа, расположенного на пути распространения радиоволн. Очевидно, что влияние экрана будет значительным, если он пересекает область, существенную для распространения радиоволн. Определим поле в точке наблюдения при наличии экрана. Для этого можно воспользоваться формулой (3.16). Однако значение векторного потенциала на плоскости S_0, которую считаем совмещенной с плоскостью экрана, неизвестно. Воспользуемся приближением Кирхгофа. В этом приближении считается, что поле в части плоскости, дополняющей плоскость экрана, совпадает с невозмущенным полем, которое имело бы место при

отсутствии экрана; токи на теневой стороне экрана настолько малы, что ими можно пренебречь. Введем декартову систему координат x, y, z, с осью x, направленной вдоль прямой, соединяющей источник и точку наблюдения. При этих допущениях можно преобразовать интеграл (17), воспользовавшись разложением

$$\rho + r \approx \rho_0 + r_0 + \frac{y^2 + z^2}{2}\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right). \tag{3.21}$$

Функция, стоящая под знаком интеграла в (3.17) представляет собой произведение медленно меняющихся множителей на быстро осциллирующую функцию. Медленно меняющиеся множители можно считать постоянными и равными их значению в центре первой зоны Френеля. Вынося их за знак интеграла, получаем

$$\vec{A} = \frac{iI\vec{l}}{4\pi\lambda}\frac{e^{ik(\rho_0 + r_0)}}{\rho_0 r_0}\iint e^{ik\frac{(y^2+z^2)}{2}\left(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{r_0}\right)} dydz. \tag{3.22}$$

При этом в соответствии с принципом Кирхгофа интеграл берется по части плоскости, дополняющей плоскость экрана. Введем новые переменные интегрирования u и v

$$u = z\sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right)}, \tag{3.23}$$

$$v = y\sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right)}, \tag{3.24}$$

Смысл переменных u и v виден из следующих соотношений. Из формулы (3.19), определяющей радиусы зон Френеля, получаем

$$\frac{R_n^2}{\lambda}\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right) = n. \tag{3.25}$$

Согласно (3.23)-(3.24)

$$\frac{y^2 + z^2}{\lambda}\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right) = \frac{R^2}{\lambda}\left(\frac{1}{\rho_0} + \frac{1}{r_0}\right) = \frac{u^2 + v^2}{2}. \tag{3.26}$$

Сравнивая (3.25) и (3.26), находим

$$\frac{u^2+v^2}{2}=n_R\,, \tag{3.27}$$

где n_R – число зон Френеля, укладывающихся в круге радиуса R, совпадающем с плоскостью экрана и центром на линии наблюдения.

Осуществив замену переменных, получаем

$$\vec{A}=\frac{i}{2}\frac{I\vec{l}}{4\pi}\frac{e^{ik(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0}\int e^{i\frac{\pi}{2}u^2}\,du\int e^{i\frac{\pi}{2}v^2}\,dv\,. \tag{3.28}$$

Так как $-\infty\le y\le\infty$, то и $-\infty\le v\le\infty$. Поэтому второй интеграл в (3.28)

$$\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\frac{\pi}{2}v^2}\,dv=\sqrt{2i}\,. \tag{3.29}$$

Переменная u в первом интеграле меняется от значения $u=u_0$, где

$$u_0=z_0\sqrt{\frac{2}{\lambda}\left(\frac{1}{\rho_0}+\frac{1}{r_0}\right)}, \tag{3.30}$$

до бесконечности. Отметим, что в отсутствие экрана $u_0=-\infty$. При этом значение первого интеграла также определяется (3.29). В этом случае, как и следовало ожидать, получаем выражение для поля диполя в свободном пространстве

$$\vec{A}=\frac{I\vec{l}}{4\pi}\frac{e^{ik(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0}\,. \tag{3.31}$$

При наличии экрана из (3.28) получаем

$$\vec{A}=\sqrt{\frac{1}{2i}}\frac{I\vec{l}}{4\pi}\frac{e^{ik(\rho_0+r_0)}}{\rho_0+r_0}\int_{u_0}^{\infty} e^{i\frac{\pi}{2}u^2}\,du\,. \tag{3.32}$$

Введем дифракционный множитель

$$F(u_0)=\frac{1}{\sqrt{2}}\int_{u_0}^{\infty} e^{i\frac{\pi}{2}u^2}\,du=\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\int_{u_0}^{\infty}\cos\frac{\pi}{2}u^2du+\int_{u_0}^{\infty}\sin\frac{\pi}{2}u^2du\right). \tag{3.33}$$

Входящие в правую часть выражения (3.33) интегралы могут быть выражены через интегралы Френеля

$$C(u_0)=\int_0^{u_0}\cos\frac{\pi}{2}u^2du\,, \tag{3.34}$$

$$S(u_0) = \int_0^{u_0} \sin\frac{\pi}{2}u^2 du\,. \qquad (3.35)$$

В результате для дифракционного множителя получаем выражение

$$F(u_0) = \frac{1}{\sqrt{2}}\left(\left(\frac{1}{2} - C(u_0)\right) + i\left(\frac{1}{2} - S(u_0)\right)\right). \qquad (3.36)$$

График зависимости $|F(u_0)|$ приведен на рис. 3.3.

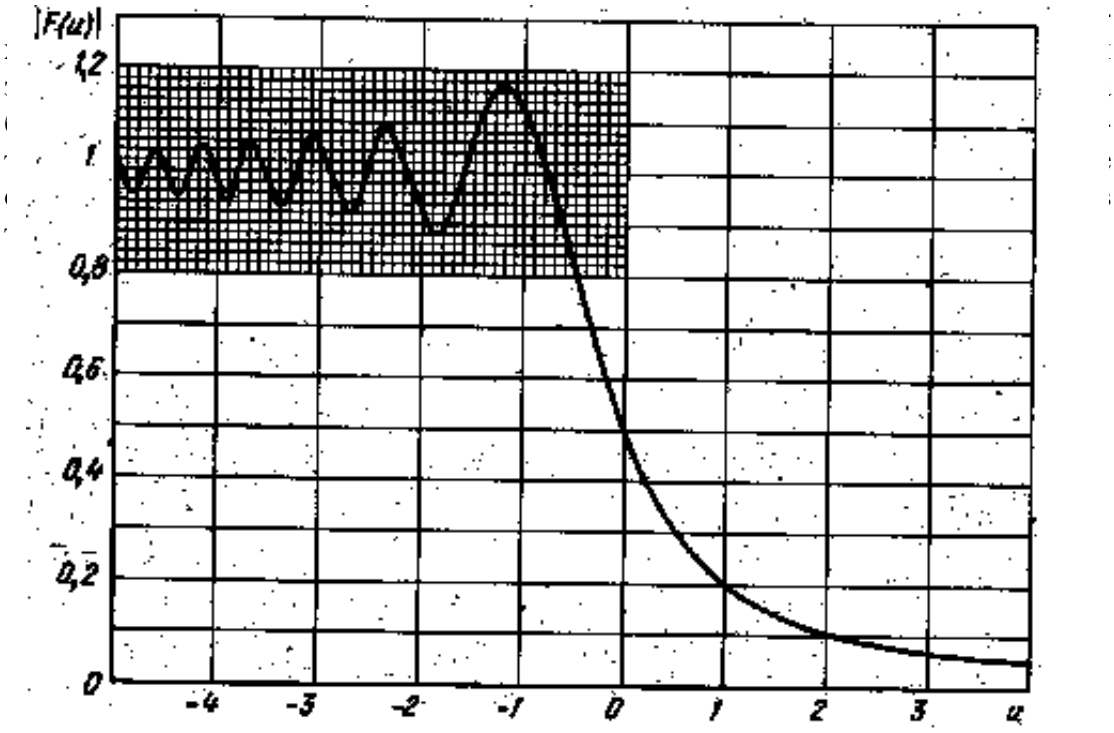


Рис. 3.3

Решение задачи о дифракции радиоволн на крае непрозрачного экрана служит основой для анализа условий распространения радиоволн на трассах со сложным рельефом.

3.1.5. Отражение радиоволн от границы раздела двух сред

При исследовании характера распространения радиоволн на различных трассах (вдоль земной поверхности, в условиях городской застройки, внутри зданий и помещений) одним из основных эффектов является отражение радиоволн от различных поверхностей. Характер отражения волны определяется электрическими и магнитными свойствами среды, геометрическими свойствами поверхности, а также параметрами падающей волны.

Рассмотрим падение плоской электромагнитной волны на плоскую границу раздела двух сред, характеризуемых комплексными диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2 и магнитными проницаемостями μ_1 и μ_2. При анализе отражения радиоволн от границы раздела двух сред удобно отдельно рассмотреть два случая – отражение ТЕ- и ТМ-волн.

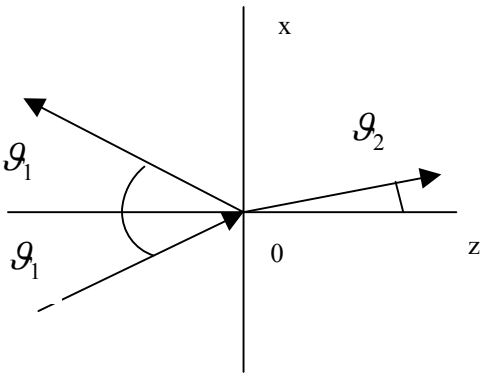


Рис. 3.4

В первом случае вектор напряженности электрического поля падающей волны перпендикулярен плоскости падения (см. рис. 3.4), а вектор напряженности магнитного поля – лежит в этой плоскости. Введем декартову систему координат с осью z, направленной перпендикулярно границе раздела. Электромагнитное поле в области $z<0$ представим в виде суперпозиции падающей и отраженной волн

$$E_y^{(1)} = \mathrm{e}^{ik_1 \sin\vartheta_1 x}\left(\mathrm{e}^{ik_1\cos\vartheta_1 z} + R^{\perp}\,\mathrm{e}^{-ik_1\cos\vartheta_1 z}\right), \tag{3.37}$$

$$H_x^{(1)} = -\mathrm{e}^{ik_1 \sin\vartheta_1 x}\,\frac{\cos\vartheta_1}{\zeta_1}\left(\mathrm{e}^{ik_1\cos\vartheta_1 z} - R^{\perp}\,\mathrm{e}^{-ik_1\cos\vartheta_1 z}\right). \tag{3.38}$$

Здесь ϑ_1 – угол падения волны на границу раздела двух сред, $k_1 = \omega\sqrt{\varepsilon_1\varepsilon_0\mu_1\mu_0}$ – волновое число, $R^{\perp}$ – коэффициент отражения ТЕ-волны.

В области $z>0$ поле представляет собой прошедшую волну

$$E_y^{(2)} = \mathrm{e}^{ik_2 \sin\vartheta_2 x}\,T^{\perp}\,\mathrm{e}^{ik_2\cos\vartheta_2 z}, \tag{3.39}$$

$$H_x^{(2)} = -\mathrm{e}^{ik_2 \sin\vartheta_2 x}\,\frac{\cos\vartheta_2}{\zeta_2}\,T^{\perp}\,\mathrm{e}^{ik_2\cos\vartheta_2 z}. \tag{3.40}$$

В формулах (3.39)-(3.40) – ϑ_2 – угол преломления, $k_2 = \omega\sqrt{\varepsilon_2\varepsilon_0\mu_2\mu_0}$ – волновое число, $T^{\perp}$ – коэффициент прохождения ТЕ-волны.

Используя условия непрерывности тангенциальных компонент поля на границе раздела сред (при $z = 0$), легко получить выражения для коэффициента отражения $R^{\perp}$ и коэффициента прохождения $T^{\perp}$

$$R^{\perp} = \frac{\zeta_2 \cos\vartheta_1 - \zeta_1 \cos\vartheta_2}{\zeta_2 \cos\vartheta_1 + \zeta_1 \cos\vartheta_2}, \tag{3.41}$$

$$T^{\perp} = \frac{2\zeta_2 \cos\vartheta_1}{\zeta_2 \cos\vartheta_1 + \zeta_1 \cos\vartheta_2}. \tag{3.42}$$

Угол преломления ϑ_2 связан с углом падения ϑ_1 законом Снеллиуса

$$k_1 \sin\vartheta_1 = k_2 \sin\vartheta_2. \tag{3.43}$$

В условиях распространения радиоволн вдоль земной поверхности, внутри зданий и помещений часто $\mu_1 = \mu_2 = 1$. Тогда удобно ввести относительный комплексный показатель преломления второй среды относительно первой

$$n'^2 = \frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}. \tag{3.44}$$

При этом вместо (3.41)-(3.42) получаем

$$R^{\perp} = \frac{\cos\vartheta - \sqrt{n'^2 - \sin^2\vartheta}}{\cos\vartheta + \sqrt{n'^2 - \sin^2\vartheta}}, \tag{3.45}$$

$$T^{\perp} = \frac{2\cos\vartheta}{n'^2 \cos\vartheta + \sqrt{n'^2 - \sin^2\vartheta}}, \tag{3.46}$$

где ϑ – угол падения волны.

Аналогично для ТМ-волны получаются следующие выражения для коэффициентов отражения и прохождения

$$R^{\parallel} = \frac{n'^2 \cos\vartheta - \sqrt{n'^2 - \sin^2\vartheta}}{n'^2 \cos\vartheta + \sqrt{n'^2 - \sin^2\vartheta}}, \tag{3.47}$$

$$T^{\parallel} = \frac{2n' \cos\vartheta}{n'^2 \cos\vartheta + \sqrt{n'^2 - \sin^2\vartheta}}. \tag{3.48}$$

Из приведенных формул видно, что коэффициенты отражения и прохождения зависят от угла падения волны на границу раздела, а также от частоты волны и параметров среды. Характерные значения относительной диэлектрической проницаемости и удельной электрической проводимости для некоторых видов почвы приведены в табл.3.1

Табл. 3.1

Вид земной поверхности или покрова	Длина волны, м	ε	σ , Сим/м
Морская вода	>1,0	75	1–6
	0,1	70	1–6
	0,03	65	10–20
	0,003	10	10–20
Пресная вода	>1,0	80	10^{-2}–$3\cdot10^{-2}$
	0,1	75	1–2
	0,03	65	10–20
	0,003	10	
Влажная почва	>1,0	20–30	$2\cdot10^{-2}$–$3\cdot10^{-1}$
	0,1	20–30	$5\cdot10^{-1}$–1
	0,03	10–20	1–3
Сухая почва	>1,0	3–6	10^{-5}–$2\cdot10^{-3}$
	0,1	3–6	10^{-2}–$7\cdot10^{-2}$
	0,03	3–6	10^{-1}–$2\cdot10^{-1}$
Мерзлая почва	>1,0	3–6	10^{-3}–10^{-2}
	0,1		
	0,03		
Лед (t = - 10^0C)	>1,0	4–5	10^{-2}–10^{-1}
	0,1	3–5	10^{-4}–10^{-3}
	0,03	2–3	10^{-4}–10^{-3}
Снег (t = - 10^0C)	>1,0	1,2	10^{-6}
	0,1	1,2	10^{-5}
	0,03	1,2	10^{-5}
Лес	>10	1,004	10^{-6}–10^{-5}
	0,1	1,04–1,4	10^{-6}–10^{-5}

На рис. 3.5. в качестве примера приведены зависимости модулей коэффициентов отражения и аргументов от угла падения для различных поляризаций.

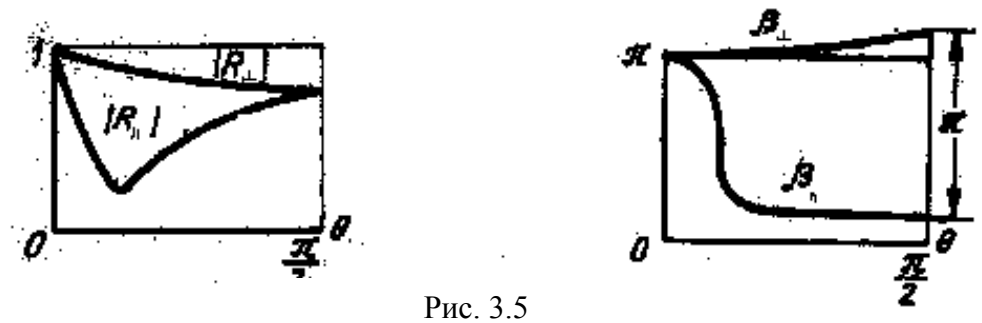


Рис. 3.5

3.2. Модель распространения радиоволн в свободном пространстве

Модель свободного пространства находит широкое применение при анализе условий распространения радиоволн в различных системах связи. Эта модель предполагает отсутствие отражения радиоволн от каких-либо поверхностей. Среда распространения в пределах радиотрассы считается однородной. Не учитывается дифракция волн на препятствиях, рассеяние, рефракция и другие явления, сопровождающие процесс распространения радиоволн.

3.2.1. Излучение элементарного электрического диполя в свободном пространстве

Рассмотрим излучение электрического диполя длиной l, ориентированного вдоль оси z декартовой системы координат. Предположим, что распределение тока вдоль диполя определяется функцией $I(z')$. Пусть

$$\int_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}} I(z')dz' = I_0 l \ . \tag{3.49}$$

Величину $I_0 l$ называют токовым моментом. Электромагнитное поле на расстоянии r от диполя в дальней зоне $(k_0 r >> 1)$ можно представить в виде [9-13]

$$E_\theta = -\frac{ik_0 I_0 l}{4\pi}\zeta_0 \sin\theta \frac{e^{ik_0 r}}{r}, \tag{3.50}$$

$$H_\varphi = -\frac{ik_0 I_0 l}{4\pi}\sin\theta \frac{e^{ik_0 r}}{r}, \tag{3.51}$$

где $k_0 = \omega\sqrt{\varepsilon_0\mu_0}$ – волновое число, $\zeta_0 = \sqrt{\mu_0/\varepsilon_0}$ – характеристический импеданс вакуума. В формулах (3.50)-(3.51) используется сферическая система координат r, θ, φ. Средняя плотность потока энергии, определяемая вектором Пойнтинга

$$\vec{S} = \frac{1}{2}\mathrm{Re}\left[\vec{E}, \vec{H}^*\right], \tag{3.52}$$

имеет радиальное направление и может быть вычислена по формуле

$$S_R = \frac{15\pi(I_0 l)^2}{\lambda_0^2 r^2}\sin^2\theta \ . \tag{3.53}$$

Полная мощность, излучаемая диполем, может быть определена интегрированием потока вектора Пойнтинга через замкнутую поверхность (например, сферу), охватывающую диполь

$$P_{\Sigma} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} S_R r^2 \sin\theta d\theta d\varphi = 40\pi^2 I_0^2 \left(\frac{l}{\lambda_0}\right)^2 . \qquad (3.54)$$

Используя выражения (3.50) и (3.54), можно выразить напряженность электрического поля в дальней зоне через излучаемую мощность

$$E_{\theta} = -i\sqrt{90P_{\Sigma}}\sin\theta\frac{e^{ik_0 r}}{r} . \qquad (3.55)$$

Если в качестве источника электромагнитного излучения взять гипотетический «изотропный излучатель», то излучаемая им мощность P_{Σ} может быть представлена в виде

$$P_{\Sigma} = \frac{E_0^2}{240\pi}\cdot 4\pi r^2 , \qquad (3.56)$$

откуда амплитудное значение напряженности электрического поля на расстоянии r от источника принимает следующий вид:

$$E_0 = \frac{\sqrt{60P_{\Sigma}}}{r} . \qquad (3.57)$$

Если ввести понятие мощности излучения в заданном направлении $P(\theta,\varphi)$, определяемое выражением

$$P(\theta,\varphi) = S_R \cdot r^2 , \qquad (3.58)$$

то полная излучаемая мощность получается интегрированием $P(\theta,\varphi)$ по телесному углу

$$P_{\Sigma} = \int_0^{2\pi}\int_0^{\pi} P(\theta,\varphi)\sin\theta d\theta d\varphi . \qquad (3.59)$$

Важной характеристикой любого излучателя является коэффициент направленного действия D, определяемый следующим образом:

$$D = 4\pi\frac{P(\theta,\varphi)_{\max}}{P_{\Sigma}} , \qquad (3.60)$$

где $P(\theta,\varphi)_{\max}$ – мощность, излучаемая в направлении главного максимума диаграммы направленности. С учетом (3.60) из (3.57) получаем выражение для максимального значения амплитуды напряженности электрического поля

$$E_0 = \frac{\sqrt{60P_{\Sigma}D}}{r} . \qquad (3.61)$$

В некоторых случаях определяют не напряженность электрического поля, а мощность на входе приемника, которая равна произведению плотности потока мощности на эффективную площадь приемной антенны A_{ef}

$$P_r = S_R A_{ef}. \qquad (3.624)$$

Эффективная площадь приемной антенны A_{ef} связана с коэффициентом направленного действия D соотношением

$$A_{ef} = \frac{D\lambda^2}{4\pi}. \qquad (3.63)$$

Если передающая и приемная антенны характеризуются коэффициентами направленного действия D_1 и D_2, то мощность на входе приемника

$$P_r = \frac{D_1 D_2 \lambda^2}{(4\pi r)^2} P_\Sigma. \qquad (3.\ 64)$$

Формула (3.64) находит применение при расчете линий радиосвязи, а также в радиолокации.

3.2.2. Потери в свободном пространстве. Максимальная зона обслуживания

Большинство моделей, используемых для расчета радиотрасс в системах мобильной радиосвязи, основаны на простейшей формуле, определяющей мощность принимаемого сигнала P_R в свободном пространстве

$$P_R = G_T G_R \left(\frac{\lambda}{4\pi d}\right)^2 P_T, \qquad (3.65)$$

где P_T – мощность передатчика, G_T и G_R – коэффициенты усиления передающей и приемной антенн, d – расстояние между приемником и передатчиком, λ – длина волны. Обычно для характеристики трассы распространения вводят величину потерь L_P, определяемую выражением

$$L_P = \frac{P_T}{P_R}. \qquad (3.66)$$

Из формулы (3.65) для распространения в свободном пространстве получаем

$$L_P(\text{дБ}) = 20\lg f(\text{МГц}) + 20\lg d(\text{км}) - 10\lg G_T + 10\lg G_R + 32{,}45; \qquad (3.67)$$

где f – несущая частота сигнала.

Для изотропных передающей и приемной антенн с коэффициентами усиления, равными 1 (т.е. для идеальных всенаправленных антенн), для трассы прямой видимости потери рассчитываются по формуле

$$L_P[\text{дБ}] = 20\lg f[\text{МГц}] + 20\lg d[\text{м}] + 32{,}45. \qquad (3.68)$$

Из приведенных соотношений следует, что на трассах прямой видимости принимаемая мощность уменьшается на 6 дБ при каждом удвоении расстояния и при каждом удвоении частоты.

Большинство систем мобильной связи работают в условиях распространения радиоволн при отсутствии прямой видимости. На основе экспериментальных данных были предложены модели для оценки потерь $L(d)$ при распространении в отсутствие прямой видимости. Эти модели описываются следующими выражениями:

$$L(d) \approx L_P(d/d_0)^n, \qquad (3.69)$$

где L_P – потери при распространении на трассе прямой видимости длиной d_0, d – расстояние между передатчиком и приемником. Показатель степени n для различных условий может изменяться в пределах $3{,}5 \le n \le 5$. Для связи внутри зданий, как показывают экспериментальные данные, $2 \le n \le 4$.

Приведенные соотношения позволяют оценить дальность связи или максимальную зону обслуживания $d_{\max}$. Для трасс прямой видимости, полагая в (3.49) $P_R = P_{R\min}$, где $P_{R\min}$ – минимальная мощность принимаемого сигнала, обеспечивающая приемлемое значение вероятности ошибки на бит (BER), получаем

$$d_{\max} = \sqrt{\frac{P_T G_T G_R}{P_{R\min}}} \cdot \frac{\lambda}{4\pi} = \sqrt{\frac{P_T G_T G_R}{P_{R\min}}} \cdot \frac{c}{4\pi f}. \qquad (3.70)$$

Для комбинированной радиотрассы, включающей участки прямой и непрямой видимости, можно получить следующее выражение для дальности связи [3,4]:

$$d = \left[\frac{P_T G_T G_R}{P_{R\min}} \left(\frac{\lambda}{4\pi d_0}\right)^2\right]^{1/n} d_0. \qquad (3.71)$$

3.3. Распространение радиоволн над земной поверхностью.

3.3.1. Задача Зоммерфельда

Рассмотрим задачу об излучении элементарного электрического вертикального диполя, расположенного вблизи плоской границы раздела двух однородных сред с диэлектрическими проницаемостями ε_1 и ε_2. Плотность тока вертикального элементарного диполя зададим в виде

$$\vec{j} = I l \delta(z - z_s)\delta(x)\delta(y)\vec{e}_z, \tag{3.72}$$

Рис. 3.7

где I– сила тока в антенне, l– размеры диполя, δ – символ функции Дирака, $\vec{e}_z$– единичный вектор, направленный вдоль оси Z (см. рис. 3.7).

В силу симметрии задачи электромагнитные поля полностью определяются одной компонентой векторного потенциала A_z . Следовательно, уравнение Гельмгольца может быть записано в следующем виде:

– в верхнем полупространстве (в атмосфере)

$$\Delta A_{1z} + k_1^2 A_{1z} = -Il\ \delta(z - z_s)\delta(x)\delta(y), \tag{3.73}$$

– в нижнем полупространстве

$$\Delta A_{2z} + k_2^2 A_{2z} = 0, \tag{3.74}$$

где $k_1 = k_0\sqrt{\varepsilon_1\mu_1}$ и $k_2 = k_0\sqrt{\varepsilon_2\mu_2}$ – волновые числа в верхнем и нижнем полупространствах. Тангенциальные компоненты напряженности электрического и магнитного поля выражаются через A_z следующим образом:

$$E_x = -\frac{1}{i\omega\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{\partial^2 A_z}{\partial x \partial z}; \qquad H_x = \frac{\partial A_z}{\partial y}; \tag{3.75}$$

$$E_y = -\frac{1}{i\omega\varepsilon\varepsilon_0}\cdot\frac{\partial^2 A_z}{\partial y \partial z}; \qquad H_y = -\frac{\partial A_z}{\partial x}. \tag{3.76}$$

Из условий непрерывности тангенциальных компонент полей на границе раздела при $z = 0$ получаем граничные условия для вертикальной компоненты векторного потенциала

$$A_{1z} = A_{2z}; \qquad \frac{1}{\varepsilon_1}\frac{\partial A_{1z}}{\partial z} = \frac{1}{\varepsilon_2}\frac{\partial A_{2z}}{\partial z} \quad \text{при } z=0. \tag{3.77}$$

Будем искать решение для векторного потенциала с помощью преобразования Фурье

$$A_z(x,y) = \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \widetilde{A}_z(k_x, k_y, z)\exp(ik_x x + ik_y y)dk_x dk_y, \tag{3.78}$$

где $\widetilde{A}_z(k_x, k_y, z)$– фурье-образ искомой функции. Используя интегральное представление для δ-функции

$$\delta(x) = \frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\exp(ik_x x)dk_x, \tag{3.79}$$

получаем обыкновенные дифференциальные уравнения для спектральных компонент векторного потенциала

$$\frac{d^2\widetilde{A}_{1z}}{dz^2} + \left(k_1^2 - k_\perp^2\right)\widetilde{A}_{1z} = -\frac{II}{4\pi^2}\delta(z - z_s); \tag{3.80}$$

$$\frac{d^2\widetilde{A}_{2z}}{dz^2} + \left(k_2^2 - k_\perp^2\right)\widetilde{A}_{2z} = 0, \tag{3.81}$$

где $k_\perp^2 = k_x^2 + k_y^2$.

Граничные условия для уравнений (3.80)-(3.81) принимают вид

$$\widetilde{A}_{1z} = \widetilde{A}_{2z}, \qquad \frac{1}{\varepsilon_1}\frac{\partial\widetilde{A}_{1z}}{\partial z} = \frac{1}{\varepsilon_2}\frac{\partial\widetilde{A}_{2z}}{\partial z}. \tag{3.82}$$

Решение этих уравнений можно представить в виде

$$\widetilde{A}_{1z} = C_1 e^{i\kappa_1 z} + C_2 e^{-i\kappa_2 z} + \frac{iII}{8\pi^2\kappa_1}e^{i\kappa_1|z-z_s|}, \tag{3.83}$$

$$\widetilde{A}_{2z} = C_3 e^{i\kappa_2 z} + C_4 e^{-i\kappa_2 z}, \tag{3.84}$$

где $\kappa_1 = \sqrt{k_1^2 - k_\perp^2}$, $\kappa_2 = \sqrt{k_2^2 - k_\perp^2}$, $C_1 - C_4$ – произвольные постоянные. Последнее слагаемое в выражении для $\widetilde{A}_{1z}$ описывает плоские волны, распространяющиеся от источника, расположенного в точке $z = z_s$. C_1 – амплитуда плоской волны, распространяющейся в положительном направлении оси z, C_2 – в отрицательном. Следовательно, C_1 характеризует амплитуду волн, отражающихся от плоскости $z = 0$. Постоянную C_2 следует положить равной нулю, так как нет источников, расположенных на бесконечности. Аналогично, $C_3 = 0$. Константы C_1 и C_4 находятся из граничных условий

$$C_1 + \frac{iIl}{8\pi^2\kappa_1} e^{i\kappa_1 z_s} = C_4,$$

(3.85)

$$\frac{i\kappa_1}{\varepsilon_1}\left(C_1 - \frac{iIl}{8\pi^2\kappa_1} e^{i\kappa_1 z_s}\right) = -\frac{i\kappa_2}{\varepsilon_2} C_4, \tag{3.86}$$

откуда

$$C_1 = \frac{\varepsilon_2\kappa_1 - \varepsilon_1\kappa_2}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2} \frac{iIl}{8\pi^2\kappa_1} e^{i\kappa_1 z_s}, \tag{3.87}$$

$$C_4 = \frac{2\varepsilon_2\kappa_1}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2} \frac{iIl}{8\pi^2\kappa_1} e^{i\kappa_1 z_s}. \tag{3.88}$$

Таким образом, решение задачи Зоммерфельда в интегральной форме можно записать в следующем виде:

в верхнем полупространстве

$$A_{1z}(x,y) = \frac{iIl}{8\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \left[e^{i\kappa_1|z-z_s|} + \frac{\varepsilon_2\kappa_1 - \varepsilon_1\kappa_2}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2} e^{i\kappa_1(z+z_s)} \right] \exp\left(ik_x x + ik_y y\right) \frac{dk_x dk_y}{\kappa_1}; \tag{3.89}$$

в нижнем полупространстве

$$A_{2z}(x,y) = \frac{iIl\varepsilon_2}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{i\kappa_1 z_s} e^{-i\kappa_2 z}}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2} \exp\left(ik_x x + ik_y y\right) dk_x dk_y. \tag{3.90}$$

В полученных выражениях можно от двойных перейти к однократным интегралам. Для этого воспользуемся полярными координатами как в плоскости (x,y), так и в плоскости (k_x, k_y)

$$\begin{aligned} x &= \rho\cos\varphi, \quad k_x = k_\perp \cos\phi, \\ y &= \rho\sin\varphi, \quad k_y = k_\perp \sin\phi. \end{aligned} \tag{3.91}$$

где $\rho = \sqrt{x^2 + y^2}$. Заметим, что интегралы по переменной ϕ выражаются через функции Бесселя первого рода нулевого порядка $J_0(x)$

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \exp\left(ik_\perp \rho\cos(\phi - \varphi)\right) d\phi = J_0(k_\perp \rho). \tag{3.92}$$

Используя это соотношение, получаем

$$A_{1z} = \frac{iIl}{4\pi}\int_0^{\infty} \left[e^{i\kappa_1|z-z_s|} + \frac{\varepsilon_2\kappa_1 - \varepsilon_1\kappa_2}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2} e^{i\kappa_1(z+z_s)} \right] \frac{k_\perp J_0(k_\perp\rho) dk_\perp}{\kappa_1} \tag{3.93}$$

$$A_{2z} = \frac{iIl\ \varepsilon_2}{2\pi}\int_0^{\infty} \frac{e^{i\kappa_1 z_s} e^{-i\kappa_2 z}}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2} k_\perp J_0(k_\perp\rho) dk_\perp. \tag{3.94}$$

Используя известное соотношение из теории бесселевых функций, можно также представить полученные интегралы в следующем виде:

$$A_{1z} = \frac{iIl}{8\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left[e^{i\kappa_1|z-z_s|} + \frac{\varepsilon_2\kappa_1 - \varepsilon_1\kappa_2}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2}e^{i\kappa_1(z+z_s)}\right]\frac{k_\perp H_0^{(1)}(k_\perp\rho)dk_\perp}{\kappa_1}, \tag{3.95}$$

$$A_{2z} = \frac{iIl\ \varepsilon_2}{4\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i\kappa_1 z_s}e^{-i\kappa_2 z}}{\varepsilon_2\kappa_1 + \varepsilon_1\kappa_2}k_\perp H_0^{(1)}(k_\perp\rho)dk_\perp\ . \tag{3.96}$$

Полученные выражения дают строгое решение задачи Зоммерфельда в интегральной форме. Пригодные для практических расчетов формулы могут быть получены с использованием некоторых приближений. Наиболее удобным оказалось приближение Леонтовича. Оно основано на том, что в широком диапазоне длин волн в земных условиях

$$|\varepsilon_2| = \left|\varepsilon' + i\frac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}\right| >> |\varepsilon_1| \approx 1\,. \tag{3.97}$$

Воспользуемся этим условием и положим

$$\kappa_2 = \sqrt{k_0^2\varepsilon_2 - k_\perp^2} \approx k_0\sqrt{\varepsilon_2} = k_2\,. \tag{3.98}$$

При этом предположении поле в нижнем полупространстве можно представить в виде

$$A_{2z} = \frac{iIl}{4\pi}\left[\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{i\kappa_1 z_s}}{\kappa_1 + k_1\eta}k_\perp H_0^{(1)}(k_\perp\rho)dk_\perp\right]e^{-ik_2 z}. \tag{3.99}$$

Здесь введен приведенный поверхностный импеданс

$$\eta = \sqrt{\frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}\,. \tag{3.100}$$

Из выражения (3.99) видно, что поле в нижнем полупространстве представляет собой распространяющуюся вертикально вниз плоскую волну. Используя это выражение и граничные условия для векторного потенциала, нетрудно получить приближенные граничные условия импедансного типа (граничные условия Леонтовича), связывающие вертикальную составляющую векторного потенциала и его производную на границе раздела сред

$$\frac{dA_{1z}}{dz} + ik_1\eta A_{1z} = 0 \qquad \text{при} \qquad z = 0. \tag{3.101}$$

Использование приближенного граничного условия Леонтовича позволяет решить задачу об излучении источника, расположенного вблизи границы раздела двух сред, не вычисляя поля в нижнем полупространстве.

3.3.2. Отражательные формулы

Проанализируем формулу (3.89) для векторного потенциала в верхнем полупространстве. Это выражение представляет собой сумму двух интегралов, из которых первый вычисляется точно [13]

$$\frac{iIl}{8\pi^2}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} e^{i\kappa_1|z-z_s|}\exp\left(i\kappa_1|z-z_s|+ik_x x+ik_y y\right)\frac{dk_x dk_y}{\kappa_1}=\frac{Il}{4\pi}\cdot\frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-}. \qquad (3.102)$$

Здесь $r_- = \sqrt{x^2+y^2+(z-z_s)^2}$ – расстояние от источника до точки наблюдения. Соотношение (3.99) описывает сферическую волну, распространяющуюся в верхнем полупространстве от источника до точки наблюдения. Это так называемая прямая волна. Второй интеграл в выражении (3.89) точно не вычисляется. Для приближенного вычисления этого интеграла воспользуемся методом стационарной фазы [13]. Фаза подынтегральной функции имеет вид

$$\varphi(k_x,k_y)=\sqrt{k_1^2-k_x^2-k_y^2}\,(z+z_s)+k_x x+k_y y \qquad (3.103)$$

и имеет экстремум при условии

$$\begin{aligned}\frac{\partial\varphi}{\partial k_x}&\equiv x-\frac{k_x}{\sqrt{k_1^2-k_x^2-k_y^2}}(z+z_s)=0,\\ \frac{\partial\varphi}{\partial k_y}&\equiv y-\frac{k_y}{\sqrt{k_1^2-k_x^2-k_y^2}}(z+z_s)=0.\end{aligned} \qquad (3.104)$$

Отсюда определяются координаты точки стационарной фазы в плоскости переменных k_x, k_y

$$\begin{aligned}k_x^*&=k_1\sin\theta_+\cos\varphi,\\ k_y^*&=k_1\sin\theta_+\sin\varphi,\end{aligned} \qquad (3.105)$$

где

$$\sin\theta_+=\frac{\rho}{\sqrt{\rho^2+(z+z_s)^2}}. \qquad (3.106)$$

В результате для второго интеграла в выражении (3.89) получаем следующую формулу:

$$\frac{Il}{4\pi}\cdot\frac{n^2\cos\theta_+-\sqrt{n^2-\sin^2\theta_+}}{n^2\cos\theta_++\sqrt{n^2-\sin^2\theta_+}}\cdot\frac{e^{ik_1 r_+}}{r_+}, \qquad (3.107)$$

где $r_+=\sqrt{x^2+y^2+(z+z_s)^2}$ и $n^2=\varepsilon_2/\varepsilon_1$. Выражение (3.107) описывает сферическую волну, приходящую в точку наблюдения от мнимого источника, расположенного в нижнем полупространстве в точке с координатами $(0,0,-z_s)$. Окончательно для вертикальной компоненты векторного потенциала в верхнем полупространстве получаем следующее приближенное выражение:

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-} + \frac{n^2 \cos\theta_+ - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_+}}{n^2 \cos\theta_+ + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_+}} \cdot \frac{e^{ik_1 r_+}}{r_+} \right]. \tag{3.108}$$

Таким образом, поле, создаваемое в точке наблюдения вертикальным электрическим диполем, расположенным вблизи границы раздела двух сред, представляет собой суперпозицию двух сферических волн. Первое слагаемое описывает прямую волну, второе – отраженную от границы раздела. Амплитуда отраженной волны определяется множителем

$$R_{\|} = \frac{n^2 \cos\theta_+ - \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_+}}{n^2 \cos\theta_+ + \sqrt{n^2 - \sin^2\theta_+}}, \tag{3.109}$$

т.е. коэффициентом отражения Френеля ТМ-волны от плоской границы раздела двух сред. Формулу (3.108) часто называют отражательной формулой. Еще раз подчеркнем, что отраженную волну можно считать волной, возбуждаемой мнимым источником, расположенным в точке с координатами $(0,0,-z_s)$. В предельном случае $|n| >> 1$ коэффициент отражения (3.109) стремится к единице, в результате получаем потенциал диполя, расположенного над идеально проводящей поверхностью

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi} \cdot \left[\frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-} + \frac{e^{ik_1 r_+}}{r_+} \right]. \tag{3.110}$$

Отметим, что выражение (3.110) дает строгое решение задачи об излучении вертикального диполя, расположенного над идеально проводящей плоскостью. Детальные расчеты позволяют сформулировать пределы применимости отражательной формулы (3.108)

$$k_1(z + z_s) >> 1. \tag{3.111}$$

Это означает, что формулой (3.108) можно пользоваться при условии, что одна из антенн (передающая или приемная) должна быть поднята над границей раздела на высоту, значительно превосходящую длину волны.

Проанализируем характер электромагнитного поля на достаточно больших расстояниях от источника. Для простоты ограничимся рассмотрением случая идеально проводящей границы раздела, и будем считать, что $k_1 = k_0$. Введем величину $r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$ и предположим, что выполняется условие $R >> z_s$. В этом приближении из формулы (52) нетрудно получить следующее выражение для вертикальной компоненты векторного потенциала

$$A_{1z} = \frac{I_0 l}{2\pi R} \cos(k_0 z_s \cos\theta) e^{ik_0 r}. \tag{3.112}$$

При выводе формулы (3.112) предполагалось, что $r >> k_0 z_s^2$, т.е. точка наблюдения находится в зоне Фраунгофера. Для анализа структуры электромагнитного поля удобно ввести цилиндрическую систему координат ρ, φ, z. При этом компоненты вектора напряженности электрического поля записываются в виде

$$E_z = i\zeta_0 \frac{I_0 k_0 l}{2\pi r} \sin^2\theta \cos(k_0 z_s \cos\theta) e^{ik_0 r}, \tag{3.113}$$

$$E_\rho = -i\zeta_0 \frac{I_0 k_0 l}{2\pi r} \sin\theta \cos\theta \cos(k_0 z_s \cos\theta) e^{ik_0 r}. \tag{3.114}$$

Характерный вид диаграммы направленности излучателя показан на рис. 3.8.

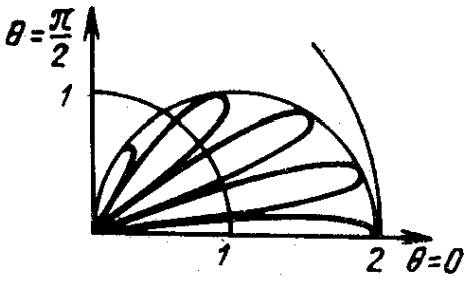


Рис. 3.8

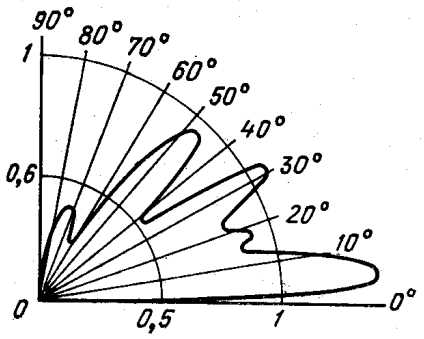


Рис. 3.9

Многолепестковый характер диаграмм направленности обусловлен интерференцией прямой и отраженной от границы раздела волн. Количество лепестков и их угловые размеры зависят от высоты расположения источника над границей раздела.

При учете конечной проводимости почвы вместо (3.113)-(3.114) получаем

$$E_z = i\zeta_0 \frac{I_0 k_0 l}{4\pi r} \sin^2\theta \left(e^{-ik_0 z_s \cos\theta} + R_\parallel e^{ik_0 z_s \cos\theta}\right) e^{ik_0 r}, \tag{3.115}$$

$$E_\rho = -i\zeta_0 \frac{I_0 k_0 l}{4\pi r} \sin\theta \cos\theta \left(e^{-ik_0 z_s \cos\theta} + R_\parallel e^{ik_0 z_s \cos\theta}\right) e^{ik_0 r}. \tag{3.116}$$

На рис. 3.9 для сравнения приведена диаграмма направленности излучателя, расположенного над плохо проводящей почвой.

3.3.3. Функция ослабления

В соответствии с отражательными формулами вертикальную компоненту векторного потенциала элементарного вертикального диполя, расположенного вблизи земной поверхности можно представить в виде

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi} \cdot \left[1 + R_\parallel \cdot \frac{r_-}{r_+} \cdot \frac{e^{ik_1(r_+ - r_-)}}{r_+}\right] \frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-}. \tag{3.117}$$

Здесь $R_\parallel$ – коэффициент отражения Френеля. Выражение, стоящее в квадратных скобках есть медленно меняющаяся функция. Можно предположить, что и в общем случае поле источника, расположенного вблизи плоской границы раздела двух сред, можно

представить в виде произведения поля источника в свободном пространстве на медленно меняющуюся функцию

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi} \cdot w(x, y, z, z_s) \frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-}, \tag{3.118}$$

где $w(x, y, z, z_s)$ – функция ослабления.

Вычислим функцию ослабления для вертикального диполя, расположенного вблизи плоской границы раздела двух сред. Запишем выражение для вертикальной компоненты векторного потенциала

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi}\left[\frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-} + \frac{e^{ik_1 r_+}}{r_+} - 2ik_1\eta\int_0^\infty \frac{e^{i\kappa_1(z+z_s)}\, J_0(k_\perp \rho) k_\perp dk_\perp}{\kappa_1(\kappa_1 + k_1\eta)}\right], \tag{3.119}$$

полученное при условии $|\eta| << 1$. Здесь η – приведенный поверхностный импеданс земной поверхности, $\kappa_1 = \sqrt{k_1^2 - k_\perp^2}$, $k_1 = k_0\sqrt{\varepsilon_1}$. Преобразуем интеграл, входящий в выражение для векторного потенциала, используя соотношение

$$\frac{1}{\kappa_1 + k_1\eta} = -i\int_0^\infty e^{i(\kappa_1 + k_1\eta)\zeta}\, d\zeta. \tag{3.120}$$

В результате подстановки (3.120) в (3.119) получаем

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi}\left[\frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-} + \frac{e^{ik_1 r_+}}{r_+} - 2k_1\eta\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{e^{i\kappa_1(z+z_s+\zeta)} e^{i\kappa_1\eta\zeta}\, J_0(k_\perp \rho) k_\perp dk_\perp d\zeta}{\kappa_1}\right]. \tag{3.121}$$

Интеграл по $k_\perp$ легко вычисляется

$$\int_0^\infty \frac{e^{i\kappa_1(z+z_s+\zeta)}\, J_0(k_\perp \rho) k_\perp dk_\perp}{\kappa_1} = -i\frac{e^{ik_1\sqrt{\rho^2 + (z+z_s+\zeta)^2}}}{\sqrt{\rho^2 + (z+z_s+\zeta)^2}}. \tag{3.122}$$

В результате имеем

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi}\left[\frac{e^{ik_1 r_-}}{r_-} + \frac{e^{ik_1 r_+}}{r_+} + 2ik_1\eta\int_0^\infty \frac{e^{i\kappa_1\left[\eta\zeta + \sqrt{\rho^2 + (z+z_s+\zeta)^2}\right]}\, d\zeta}{\sqrt{\rho^2 + (z+z_s+\zeta)^2}}\right]. \tag{3.123}$$

Рассмотрим важный для радиосвязи частный случай $z = z_s = 0$. Тогда

$$A_{1z} = \frac{Il}{4\pi}\left[2 + 2ik_1\eta\rho\, e^{-ik_1 r}\int_0^\infty \frac{e^{ik_1\eta\zeta} e^{ik_1\sqrt{\rho^2+\zeta^2}}\, d\zeta}{\sqrt{\rho^2 + \zeta^2}}\right]\frac{e^{ik_1\rho}}{\rho}. \tag{3.124}$$

Следовательно, выражение для функции ослабления имеет вид

$$w(\rho) = 2 + 2ik_1\eta\rho\,\mathrm{e}^{-ik_1 r}\int_0^\infty \frac{\mathrm{e}^{ik_1\eta\zeta}\,\mathrm{e}^{ik_1\sqrt{\rho^2+\zeta^2}}\,d\zeta}{\sqrt{\rho^2+\zeta^2}}. \qquad (3.125)$$

Проанализируем полученную формулу. Фаза подынтегральной функции определяется выражением

$$\varphi = k_1\left[\eta\zeta + \sqrt{\rho^2+\zeta^2}\right]. \qquad (3.126)$$

Точка стационарной фазы ζ_0 определяется из условия [13]

$$\left.\frac{\partial\varphi}{\partial\zeta}\right|_{\zeta=\zeta_0} = 0, \qquad (3.127)$$

откуда следует, что

$$\zeta_0 = -\frac{\eta}{\sqrt{1-\eta^2}}\rho. \qquad (3.128)$$

При условии $|\eta| << 1$ точка стационарной фазы лежит вне интервала интегрирования вблизи нижнего предела. Следовательно, основной вклад в интеграл дает небольшая окрестность вблизи точки $\zeta = 0$. Разлагая подынтегральную функцию вряд в окрестности точки $\zeta = 0$, получаем

$$\frac{\mathrm{e}^{ik_1\sqrt{\rho^2+\zeta^2}}}{\sqrt{\rho^2+\zeta^2}} \approx \frac{\mathrm{e}^{ik_1\rho}}{\rho}\cdot\mathrm{e}^{ik_1\frac{\zeta^2}{2\rho}}, \qquad (3.129)$$

получаем

$$w(\rho) = 2 + 2ik_1\eta\int_0^\infty \mathrm{e}^{ik_1\left[\eta+\frac{\zeta}{2\rho}\right]\zeta}\,d\zeta. \qquad (3.130)$$

Введем новую переменную интегрирования $u = \sqrt{\frac{k_1}{2r}}(\zeta + \eta\rho)$. В результате замены получаем

$$w(\rho) = 2 + 2i\,\eta\sqrt{2k_1\rho}\,\mathrm{e}^{-i\frac{k_1\rho\eta^2}{2}}\int_{\sqrt{\frac{k_1\rho}{2}}\eta}^{\infty}\mathrm{e}^{iu^2}\,du. \qquad (3.131)$$

Соотношение (3.131) будет исходным для анализа функции ослабления. Будем далее полагать, что $\varepsilon_1 = 1$, а $\varepsilon_2 = \varepsilon + i\dfrac{\sigma}{\omega\varepsilon_0}$. Здесь ε и σ – относительная диэлектрическая проницаемость и удельная проводимость почвы. Заметим, что в полученном выражении фигурирует безразмерный параметр, который принято называть численным расстоянием

$$\rho_s = \frac{ik_0\rho}{2\varepsilon_2}. \tag{3.132}$$

При распространении радиоволн над земной поверхностью часто реализуется условие $|\sigma/\omega\varepsilon_0| >> \varepsilon$, тогда $\varepsilon_2 \approx i\sigma/\omega\varepsilon_0$ и численное расстояние становится действительной величиной

$$\rho_s = \frac{k_0^2\rho}{2\sigma Z_0}. \tag{3.133}$$

Здесь $Z_0 = \sqrt{\dfrac{\mu_0}{\varepsilon_0}}$ – характеристический импеданс свободного пространства.

Рассмотрим поведение функции ослабления при малых численных расстояниях, т.е. при условии $\rho_s << 1$. В этом случае нижний предел интегрирования в выражении (3.131) мал и приближенно можно считать, что

$$\int\limits_{\sqrt{\frac{k_1\rho}{2}}\eta}^{\infty} e^{iu^2}\,du \approx \int\limits_{0}^{\infty} e^{iu^2}\,du = \frac{1}{2}\sqrt{i\pi}. \tag{3.134}$$

Тогда выражение для функции ослабления принимает вид

$$w(\rho) = 2\left(1 + i\sqrt{\pi\rho_s}\right). \tag{3.135}$$

При малых численных расстояниях ($|\rho_s| << 1$) $w(\rho) \approx 2$, т.е. амплитуда поля убывает с расстоянием по закону $\propto 1/\rho$, так же, как в свободном пространстве. Поле вертикального электрического диполя вблизи земной поверхности при этом удваивается по сравнению со случаем свободного пространства. Таким образом, при малых численных расстояниях земная поверхность эквивалентна идеально проводящему полупространству.

При больших численных расстояниях ($|\rho_s| >> 1$) входящий в выражение для функции ослабления интеграл удобно взять по частям. В результате получаем

$$\int\limits_{a}^{\infty} \exp\left(iu^2\right)du = -\frac{1}{2ia}e^{ia^2}\left(1 + \frac{1}{2ia^2} + \ldots\right), \tag{3.136}$$

где $a = \sqrt{\dfrac{k_0\rho}{2\varepsilon_2}}$. Используя (3.136), перепишем выражение для функции ослабления

$$w \approx 2 - 2\sqrt{\rho_s} \cdot \frac{1}{\sqrt{\rho_s}} \cdot \left[1 + \frac{1}{2\rho_s}\right], \tag{3.137}$$

Окончательно получаем

$$w \approx -\frac{1}{\rho_s}. \tag{3.138}$$

Выражение (3.138) для функции ослабления справедливо при больших значениях численного расстояния, т.е. при условии

$$|\rho_s| >> 1. \tag{3.139}$$

Таким образом, результаты анализа показывают, что при больших численных расстояниях поле убывает по закону $1/\rho^2$, т.е. гораздо быстрее, чем в свободном пространстве.

Принципиально важным является вопрос о скорости распространения радиоволн вдоль земной поверхности. Отметим, что в общем случае функция ослабления является комплексной величиной и может быть представлена в виде

$$w(\rho) = |w(\rho)| \exp(i\,\alpha(\rho)), \tag{3.140}$$

где $\alpha(\rho)$ – аргумент функции ослабления. С учетом (3.140) фаза волны, распространяющейся вдоль земной поверхности, может быть записана в виде

$$\varphi(\rho, t) = k_0\rho - \omega t + \alpha(\rho). \tag{3.141}$$

Следовательно, фазовая скорость определяется следующим выражением:

$$v = \frac{d\rho}{dt} = -\frac{\partial\varphi/\partial t}{\partial\varphi/\partial\rho} = \frac{\omega}{k_0 + d\alpha/d\rho} = \frac{c}{1 + \frac{1}{k_0} \cdot \frac{d\alpha}{d\rho}}. \tag{3.142}$$

При больших значениях численного расстояния

$$w = -\frac{1}{\rho_s} = \frac{2i\,\varepsilon_2}{k_0\rho}, \tag{3.143}$$

следовательно,

$$\alpha = \frac{\pi}{2} + \mathrm{arctg}\left(\frac{\sigma\omega}{\varepsilon\varepsilon_0}\right). \tag{3.144}$$

Из (3.144) следует, что α не зависит от расстояния ρ. Это означает, что при больших численных расстояниях фазовая скорость не зависит от электрических свойств земной поверхности и равна скорости света в вакууме.

3.3.4. Потери при распространении радиоволн над плоской поверхностью Земли

При распространении радиоволн в пригородной зоне на свободных от строений пространствах для расчета радиотрасс могут быть использованы так называемые отражательные формулы, согласно которым электромагнитное поле в точке приема может быть представлено в виде суммы прямой волны и волны, отраженной от поверхности Земли,

$$E = E_0\sqrt{1 + R^2 + 2R\cos\left(2kz_1\cos\vartheta + \psi\right)}\,, \tag{3.145}$$

где

$$E_0 = \frac{\sqrt{90P_T}}{d}\sin\vartheta\,, \qquad R = \frac{\varepsilon\cos\vartheta - \sqrt{\varepsilon - \cos^2\vartheta}}{\varepsilon\cos\vartheta + \sqrt{\varepsilon - \cos^2\vartheta}}\,, \tag{3.146}$$

P_T – излучаемая мощность, d – расстояние между передающей и приемной антеннами, измеряемое вдоль поверхности Земли, R – коэффициент отражения Френеля плоской волны от земной поверхности, ε – комплексная диэлектрическая проницаемость Земли, ϑ – угол падения волны (рис. 3.10). На практике часто высоты подъема передающей и приемной антенн удовлетворяют соотношению

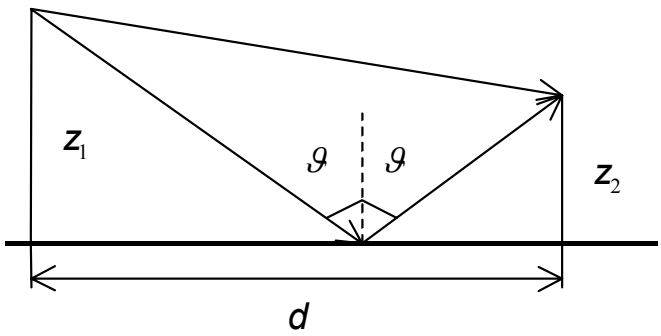


Рис. 3.10

$$\frac{4z_1z_2}{\lambda} << d\,, \tag{3.147}$$

тогда с учетом направленных свойств антенн вместо (3.145) имеем

$$E = \frac{4\pi\sqrt{60P_TG_TG_R}\,z_1z_2}{d^2}\,. \tag{3.148}$$

Выражение (3.148) известно как квадратичная формула Введенского [14].

Для оценки принимаемой мощности можно воспользоваться следующими соотношениями. Мощность на входе приемной антенны, расположенной вблизи земной поверхности, может быть представлена в виде

$$P_r = P_{r0}\left|1 - \exp\left(ik\Delta r\right)\right|^2, \tag{3.149}$$

где Δr – разность хода между прямой и отраженной от земной поверхности волнами. Если высоты расположения антенн удовлетворяют условию (3.147), то

$$\Delta r = \sqrt{\left(z_1 + z_2\right)^2 + d^2} - \sqrt{\left(z_1 - z_2\right)^2 + d^2} \approx \frac{2z_1z_2}{d}\,. \tag{3.150}$$

Тогда вместо (3.149) получаем

$$P_r = P_{r0}\left(\frac{4\pi z_1 z_2}{\lambda d}\right)^2 \qquad (3.151)$$

или

$$P_r = P_T G_T G_R \frac{z_1^2 z_2^2}{d^4}. \qquad (3.152)$$

Заметим, что в случае распространения радиоволн над земной поверхностью мощность убывает как четвертая степень расстояния, т.е. значительно быстрее, чем в свободном пространстве.

3.4. Влияние рельефа на распространение радиоволн вдоль земной поверхности

3.4.1. Предельное расстояние прямой видимости

Для высоко поднятых антенн ($z >> \lambda$) предельное расстояние прямой видимости легко вычислить. Предположим, что передающая и приемная антенны расположены на высотах z_1 и z_2 над земной поверхностью соответственно. Тогда (см. рис. 3.11)

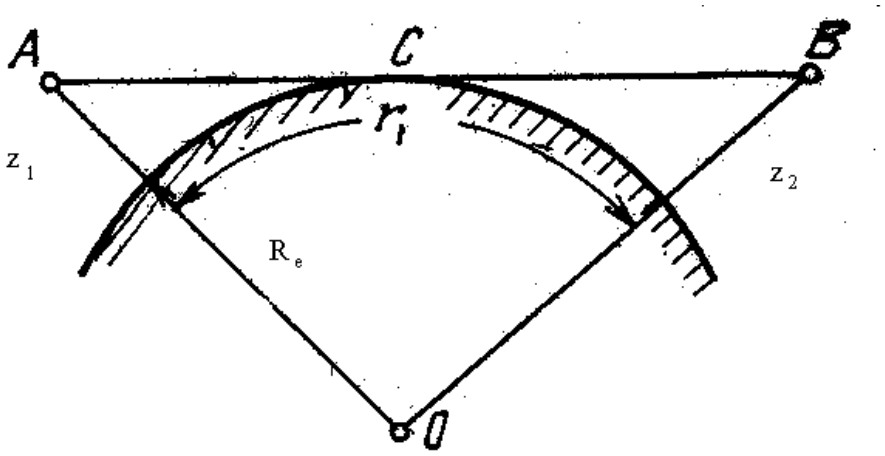


Рис. 3.11

$$AC = \sqrt{(R_e + z_1)^2 - R_e^2}\ , \tag{3.153}$$

где R_e – радиус Земли. С учетом очевидного неравенства $z_1 << R_e$ получаем

$$AC \approx \sqrt{2R_e z_1}\ . \tag{3.154}$$

Аналогично записывается выражение для BC

$$BC \approx \sqrt{2R_e z_2}\ . \tag{3.155}$$

Таким образом, для предельного расстояния прямой видимости получается следующая формула

$$r_l = AC + BC \approx \sqrt{2R_e}\left(\sqrt{z_1} + \sqrt{z_2}\right), \tag{3.156}$$

или, если высоты антенн выразить в метрах, то расстояние прямой видимости в километрах можно вычислить по формуле

$$r_l(\text{км}) \approx 3{,}57\left(\sqrt{z_1(\text{м})} + \sqrt{z_2(\text{м})}\right). \tag{3.157}$$

Если одна из антенн находится на земной поверхности, то формула (3.157) приобретает вид

$$r_l(\text{км}) \approx 3{,}57\sqrt{z_1(\text{м})}\,. \qquad (3.158)$$

Рефракция радиоволн в атмосфере приводит к увеличению расстояния прямой видимости. При расчете предельного расстояния прямой видимости с учетом рефракции в формулы (3.157)-(3.158) необходимо добавить множитель $K \approx 4/3$. При этом вместо (3.157) и (3.158) получаем

$$r_l(\text{км}) \approx 3{,}57\left(\sqrt{Kz_1(\text{м})} + \sqrt{Kz_2(\text{м})}\right). \qquad (3.159)$$

$$r_l(\text{км}) \approx 3{,}57\sqrt{Kz_1(\text{м})}\,. \qquad (3.160)$$

В зависимости от расстояния r между передающей и приемной антеннами различают следующие зоны при распространении радиоволн вдоль земной поверхности:

- Освещенная зона $(r < r_l)$;
- Зона полутени $(r \approx r_l)$;
- Зона тени $(r > r_l)$.

3.4.2. Отражение радиоволн от шероховатой поверхности

Обычно на земной поверхности имеются неровности рельефа, наличие которых влияет на характер распространения радиоволн, в частности, приводит к рассеянию радиоволн. Получим критерий, позволяющий оценить возможность пренебрежения шероховатостью земной поверхности.

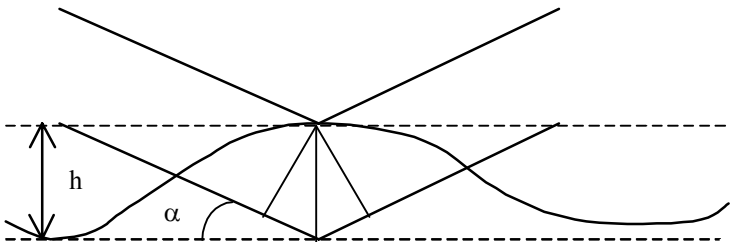


Рис. 3.12

Пусть плоская электромагнитная волна отражается от поверхности с неровностями, наибольшая высота которых равна h (рис. 3.12). Оценим разность фаз волн, отраженных от вершины неровности и от ее основания

$$\Delta\varphi = k_0 \cdot 2h\sin\alpha = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2h\sin\alpha\,. \qquad (3.161)$$

Потребуем, чтобы эта разность фаз не превышала значения $\Delta\varphi_{\max} = \pi/2$. Из условия $\Delta\varphi < \Delta\varphi_{\max}$ получаем неравенство, определяющее возможность пренебрежения шероховатостью земной поверхности при исследовании отражения от нее радиоволн

$$h < \frac{\lambda}{8\sin\alpha}. \qquad (3.162)$$

Последнее неравенство носит название критерия Релея. При радиосвязи с удаленными корреспондентами $\alpha << 1$ и критерий Релея принимает следующий вид:

$$h < \frac{\lambda}{8\alpha}. \qquad (3.163)$$

Так при $\lambda = 10$ см и $\alpha = 5^0$ получаем $h_{\max} = \lambda / 8\alpha$ =14 см. Если же α =0,5^0, то $h_{\max}$ = 1,4 м. Если критерий Релея не выполняется, то при расчетах отражения радиоволн от поверхности Земли необходимо вводить эффективный коэффициент отражения.

Пусть плоская электромагнитная волна падает на неровную пологую поверхность, форма которой задается функцией $h(x)$. В соответствии с принципом Кирхгофа такую поверхность можно представить совокупностью плоских площадок, от которых происходит зеркальное отражение волн. Сдвиг фаз, отраженных от этих площадок волн, по отношению к волне, зеркально отраженной от средней плоскости $z = 0$ (т.е. при $h(x) = 0$), определяется выражением

$$\Delta\varphi(x) = k_0 \cdot 2h(x)\cos\vartheta = \frac{2\pi}{\lambda} \cdot 2h(x)\cos\vartheta, \qquad (3.164)$$

где ϑ – угол падения волны. При этом напряженность электрического поля в отраженной волне может быть записана в следующем виде:

$$E_{refl} = E_{inc} f(\vartheta)\exp(ik_0 \cdot 2h(x)\cos\vartheta). \qquad (3.165)$$

Пусть $h(x)$ – случайная функция, характеризуемая плотностью вероятности $w(x)$. Тогда среднее значение E_{refl} (когерентная составляющая поля) может быть представлена в виде

$$\overline{E}_{refl} = E_{inc} f(\vartheta)\int_{-\infty}^{+\infty} \exp(ik_0 \cdot 2h\cos\vartheta) w(h) dh. \qquad (3.166)$$

Здесь коэффициенты отражения волны $f(\vartheta)$ от всех площадок считаются одинаковыми. Полагая, что величина $h(x)$ распределена по нормальному закону

$$w(h) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta}\exp\left(-\frac{h^2}{2\delta^2}\right), \qquad (3.167)$$

где δ – среднеквадратичное отклонение величины $h(x)$. Интегрируя (3.167), получаем коэффициент отражения волны от шероховатой поверхности

$$\bar{f}(\vartheta)=\frac{\overline{E}_{refl}}{E_{inc}}=f(\vartheta)\exp\left(-8\pi^2\left[\frac{\delta}{\lambda}\right]^2\cos^2\vartheta\right). \qquad (3.168)$$

Из (3.168) следует, что коэффициент отражения от шероховатой поверхности заметно уменьшается с увеличением отношения δ/λ.

3.4.3. Распространение радиоволн над одиночным выступом. Усиление препятствием

При наличии на трассе одиночных выступов типа горных вершин, крутых холмов, зданий и др. часто используется аппроксимация таких препятствий непрозрачным экраном. Это допустимо, если размер выступа в направлении, перпендикулярном трассе, существенно больше поперечных размеров области, существенной для распространения. Кроме того, размер сечения выступа у его вершины должен быть значительно меньше размера сечения эллипсоида Френеля. При выполнении этих условий выступ можно аппроксимировать непрозрачным экраном. Более того, для качественного анализа условий распространения радиоволн можно считать выступ и поверхность земли идеально проводящими. При сделанных предположениях можно считать, что поле излучателя, расположенного над идеально проводящей поверхностью с некоторым выступом, можно рассчитать, решая эквивалентную задачу о поле такого же излучателя и его зеркального изображения в свободном пространстве при наличии препятствия, имеющего форму выступа, состыкованного со своим зеркальным изображением. Геометрия исходной и эквивалентной задач показана на рис. 3.13.

В соответствии с рис. 3.13 при вертикальной поляризации поле в точке наблюдения представляет собой суперпозицию четырех волн, дифрагирующих на краях экрана

$$\left|\vec{E}\right|=E_m\left|F_{OBA}\,\mathrm{e}^{ik(r_1+r_3)}+F_{O'BA}\,\mathrm{e}^{ik(r_1+r_3)}+F_{OB'A}\,\mathrm{e}^{ik(r_2+r_3)}+F_{O'B'A}\,\mathrm{e}^{ik(r_2+r_4)}\right|. \qquad (3.169)$$

Здесь F – дифракционные множители. При горизонтальной поляризации, учитывая ориентацию мнимых источников, имеем

$$\left|\vec{E}\right|=E_m\left|F_{OBA}\,\mathrm{e}^{ik(r_1+r_3)}-F_{O'BA}\,\mathrm{e}^{ik(r_1+r_3)}-F_{OB'A}\,\mathrm{e}^{ik(r_2+r_3)}+F_{O'B'A}\,\mathrm{e}^{ik(r_2+r_4)}\right|. \qquad (3.170)$$

Формулы (3.169)-(3.170) легко могут быть обобщены на случай неидеально проводящей Земли. В соответствии с отражательной трактовкой поле каждой из волн, пересекающих поверхность S, необходимо умножить на соответствующий коэффициент отражения. Однако на практике чаще всего встречаются случаи малых углов возвышения, когда для обеих поляризаций коэффициенты отражения равны –1. В этих условиях применима формула (3.170). При не малых углах возвышения не малы и углы дифракции, но тогда дифракционный множитель мал и никакого усиления препятствием не наблюдается.

При малых углах возвышения углы дифракции для всех волн малы. Тогда дифракционные множители в (3.169)-(3.170) будут мало отличаться и их можно заменить некоторым средним значением с параметром

$$u = H\sqrt{\frac{2}{\lambda}\frac{\rho_0 + r_0}{\rho_0 r_0}}, \qquad (3.171)$$

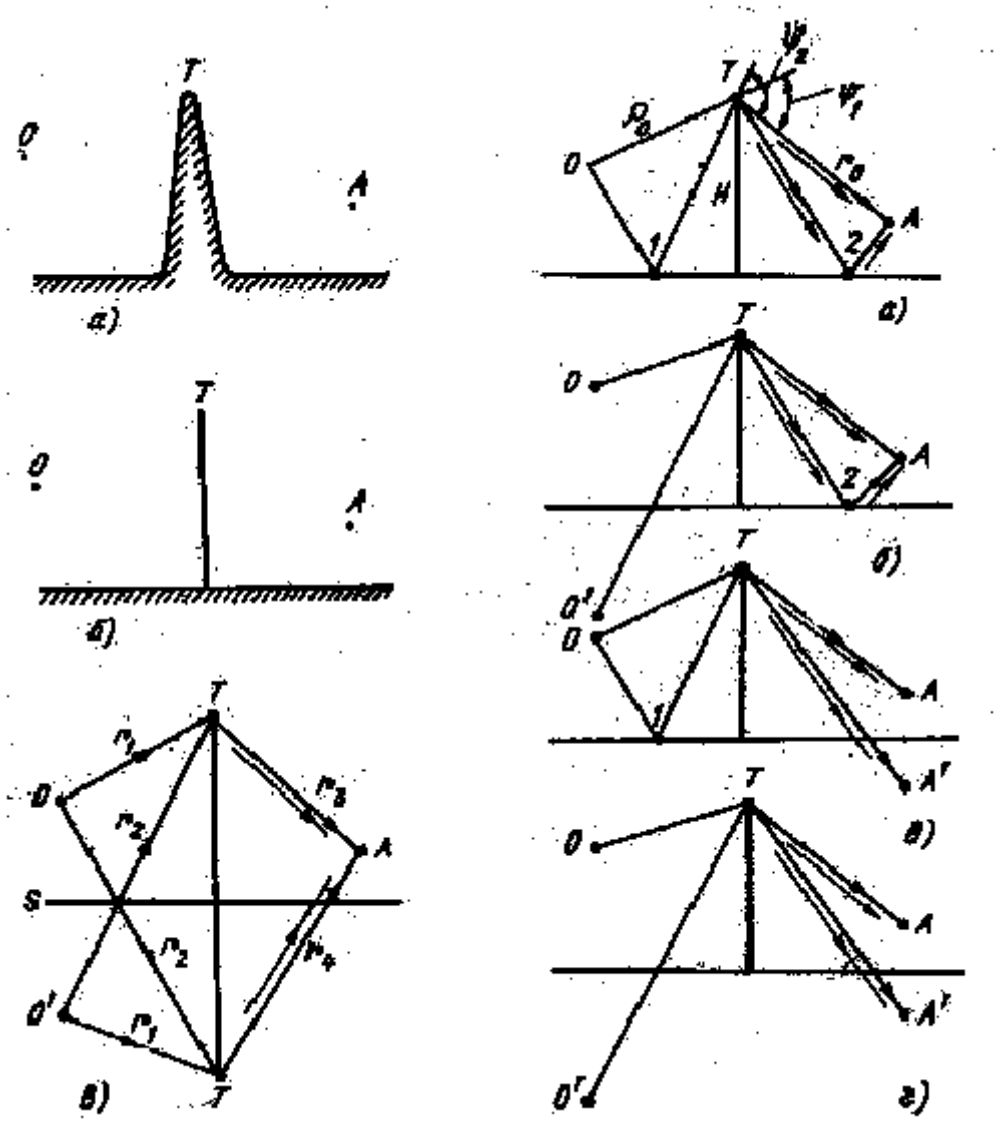


Рис. 3. 13

где H – высота выступа, ρ_0 и r_0 – расстояния от излучателя и от точки наблюдения до края экрана. При этом предполагается, что высоты передающей и приемной антенн z_s и z малы по сравнению с H. Пользуясь формулой Введенского поле на краю экрана до дифракции можно рассматривать как сумму прямой и отраженной от земной поверхности волн. При этом в выражении для поля появляется интерференционный множитель

$$\Phi_1 = 2\left|\sin\frac{kz_s H}{\rho_0}\right|. \qquad (3.172)$$

Поле в точке наблюдения также представляет собой суперпозицию двух волн, дифрагированных на краю экрана (прямой и отраженной). Это приводит к появлению интерференционного множителя

$$\Phi_2 = 2\left|\sin\frac{kzH}{r_0}\right|. \qquad (3.173)$$

В результате из (3.170) получаем

$$\left|\vec{E}\right| = 4E_m\left|F(u)\sin\frac{kz_sH}{\rho_0}\sin\frac{kzH}{r_0}\right|. \qquad (3.174)$$

Аналогично может быть получена формула для поля в случае вертикальной поляризации. Из (3.174) видно, что поле при наличии выступа не может превосходить значения поля в свободном пространстве более чем в четыре раза. Однако если сравнивать выражение (3.174) с выражением для поля над земной поверхностью в области прямой видимости в отсутствие препятствия, то усиление препятствием может быть существенным. Заметим, что в случае вертикальной поляризации и идеально проводящей земной поверхности усиление не может быть более двух. Если же точка наблюдения находится в области тени, то дифракционное поле мало, и усиление может быть значительным как для горизонтальной, так и для вертикальной поляризаций. Особенно заметно проявление этого эффекта в горной местности.

3.4.4. Влияние пологих неровностей рельефа

Для среднепересеченной местности характерен рельеф с относительно пологими неровностями типа холмов. Для таких неоднородностей аппроксимирующей поверхностью может служить поверхность сферы. Радиус аппроксимирующей сферы b выбирают с учетом профиля трассы. Для его определения на продольном разрезе препятствия отсекают сегмент высотой Δy. Хорда r_b, отсекающая сегмент, проводится параллельно прямой, соединяющей передающую и приемную антенны. В диапазонах сантиметровых и дециметровых длин волн высоту сегмента выбирают равной радиусу минимальной зоны для распространения $\Delta y = H_0$. В диапазоне метровых волн полагают $\Delta y = (0{,}1 - 0{,}5)H_0$. Так как обычно $b >> r_b$, то $\Delta y \approx r_b^2 / 8b$, откуда

$$b = \frac{r_b^2}{8\Delta y}. \qquad (3.175)$$

На рис. 3.14 представлена открытая трасса с одним пологим препятствием. При малых углах возвышения траектории отраженной волны для расчетов поля можно воспользоваться интерференционными формулами. Из треугольников ACD и BCE, считая приближенно их прямоугольными, получаем

$$\sin\Delta \approx \Delta \approx \frac{H}{\sqrt{H^2 + (r - r_1)^2}}. \qquad (3.176)$$

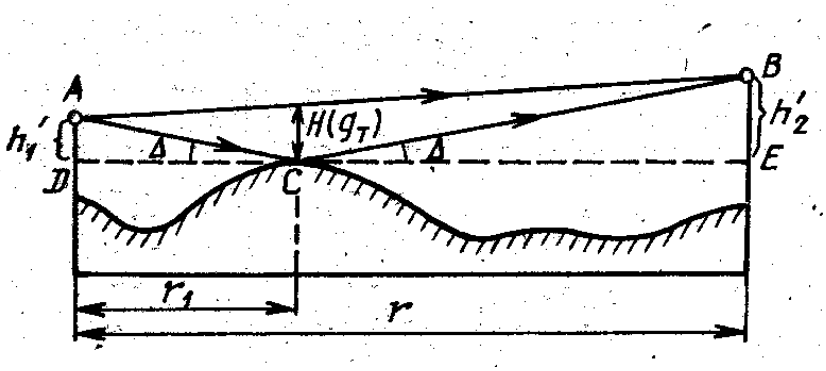


Рис. 3.14

Учитывая, что практически всегда $H << r$ и $H << r - r_1$, из (3.176) получаем

$$\sin\Delta \approx \Delta \approx \frac{H}{2rk(1-k)}, \qquad (3.177)$$

где $k = r_1 / r$ – относительная координата точки отражения. Разность хода прямой и отраженной волн в том же приближении равна

$$\Delta r = \frac{H^2}{2rk(1-k)}. \qquad (3.178)$$

Используя понятие относительного просвета, выражение (3.178) можно переписать в виде

$$\Delta r = p^2 \lambda / 6. \qquad (3.179)$$

В результате интерференционная формула принимает вид [11]

$$E = \left(\sqrt{30 P_1 G_1} / r\right)\sqrt{1 + \left(RD_{eff}\right)^2 - 2RD_{eff}\cos\frac{\pi p^2}{3}}, \qquad (3.180)$$

где P_1 – подводимая к передающей антенне мощность, G_1 – коэффициент усиления передающей антенны, r – расстояние между передающей и приемной антеннами, R – коэффициент отражения волны от земной поверхности, D_{eff} – эффективный коэффициент расходимости, определяемый соотношением

$$D_{eff} = \left(1 + \frac{4k^2(1-k)^2 r^2}{bH}\right)^{-1/2}. \qquad (3.181)$$

При определении значения коэффициента отражения R руководствуются следующими соображениями. Если в пределах минимальной зоны для отражения выполняется условие (3.163), то принимают $R \approx 1$. Если неравенство (3.163) не выполняется, то используют эффективный коэффициент отражения $R = R_{eff}$. Если же траектория отраженной волны экранируется неровностями земной поверхности, лесом, строениями и т.п., то принимают $R \approx 0$.

3.4.5. Приближенный расчет ослабления радиоволн при дифракции на одиночном препятствии с круглой вершиной

Расчет ослабления радиоволн на трассе со сложным профилем является сложной задачей, поэтому для проведения практического расчета радиотрасс в докладе МККР [15] даны приближенные формулы, позволяющие оценить влияние рельефа местности на параметры радиотрассы. На реальных трассах, проходящих над среднепересеченной и горной местностями, на которых ослабление не слишком велико, углы дифракции обычно менее 5^0, а радиус кривизны каждого препятствия много меньше земного радиуса. При этих условиях дифракционные потери (относительно свободного пространства) могут быть рассчитаны по формуле [16]

$$L = -6{,}4 - 20\lg\left[\sqrt{\left(\frac{2\theta^2}{x} + 1\right)} + 1{,}41\frac{\theta}{\sqrt{x}}\right] - \\ - 6{,}6x^{0,75}y^{1,5} - \begin{cases} 18{,}3\theta & \text{для } \theta > 0 \\ 11{,}7x^{0,25}y^{1,5}\theta & \text{для } \theta < 0 \end{cases}, \qquad (3.182)$$

где

$$x = \frac{3 \cdot 10^{-4} d_0}{f d_a d_b}, \; y = 14{,}9 R^{1/3} f^{1/3},$$

d_0 – длина трассы, км; d_a и d_b – расстояния от конечных точек трассы до пересечения касательных к препятствию, км; f – частота, ГГц; θ – угол дифракции, рад.

Даже для трасс с одиночным препятствием результаты измерений и расчетов ослабления нередко расходятся. Как правило, расчетное ослабление получается больше, чем измеренное. Расхождение возрастает с увеличением ослабления и частоты, достигая на сантиметровых волнах больших значений. Вероятно, что это связано с небольшими неровностями вершин препятствий и их несферической формой. Особенно такое различие проявляется в горной местности, где вершины чаще бывают клиновидными, чем округлыми. Вследствие неучета рассеяния радиоволн на шероховатостях вершины, возрастающего с уменьшением длины волны, и из-за острой формы самой вершины расчетное ослабление в случае аппроксимации профиля вершины окружностью может заметно превышать измеренное.

Сравнение результатов расчетов и многочисленных измерений привело к введению в формулу (14) дополнительного множителя

$$K_H = \exp\left(-0{,}5\left(\frac{f}{R}\right)^{1/3}\right). \qquad (3.183)$$

В результате формула для расчета дифракции на одиночном препятствии приобретает вид

$$L = -6{,}4 - 20\lg\left[\sqrt{\left(\frac{2\theta^2}{x}+1\right)} + 1{,}41\frac{\theta}{\sqrt{x}}\right] -$$
$$- K_H\left(6{,}6x^{0,75}y^{1,5} - \begin{cases} 18{,}3\theta & \text{для } \theta > 0 \\ 11{,}7x^{0,25}y^{1,5}\theta & \text{для } \theta < 0 \end{cases}\right). \qquad (3.184)$$

3.4.6. Приближенный расчет ослабления радиоволн при дифракции на нескольких препятствиях

В работе [16] представлена полуэмпиричекая модель для расчета дифракционного ослабления радиоволн на произвольном числе реальных препятствий на трассе. Ослабление, вносимое *i*-ым препятствием, при положительном угле дифракции рассчитывается по формуле

$$L = -6{,}4 - 20\lg\left[\sqrt{\left(\frac{2\theta_i^{\,2}}{x_i}+1\right)} + 1{,}41\frac{\theta_i}{\sqrt{x_i}}\right] -$$
$$- K_H\left(6{,}6x_i^{\,0,75}y_i^{\,1,5} - 18{,}3y_i\theta_i\right), \qquad (3.185)$$

где

$$x_i = \frac{3\cdot 10^{-4}d_0}{fd_{ai}d_{bi}},\ y_i = 14{,}9R_i^{\,1/3}f^{\,1/3}.$$

Полное дифракционное ослабление на трассе с несколькими препятствиями складывается из ослаблений на каждом препятствии. Следует, конечно, учитывать взаимное влияние соседних препятствий. Однако для реальных препятствий отсутствуют какие-либо приемлемые оценки степени такого влияния. Из общих соображений ясно, что это влияние растет при уменьшении расстояния между препятствиями и уменьшается с увеличением угла дифракции. В работе [8] приведена полуэмпирическая формула для расчета ослабления при дифракции на нескольких препятствием, учитывающая их взаимное влияние

$$L = L_1 + L_2 + L_3 + \ldots - 0{,}64\min(L_1, L_2)\operatorname{arctg}\left\{0{,}72\left[\frac{\min(L_1, L_2)_0}{\min(L_1, L_2)}\right]^{1,5}\frac{(d_1'd_2'')^{0,37}}{d_{1,2}^{0,74}}\right\} -$$

$$- 0{,}64\min(L_2, L_3)\operatorname{arctg}\left\{0{,}72\left[\frac{\min(L_2, L_3)_0}{\min(L_2, L_3)}\right]^{1,5}\frac{(d_2'd_3'')^{0,37}}{d_{2,3}^{0,74}}\right\} - \ldots \qquad (3.186)$$

Символ $\min(L_1, L_2)$ означает, что из двух, указанных в скобках величин ослабления для вычисления берется наименьшая. Выражение $\min(L_1, L_2)_0$ означает, что выбранное минимальное ослабление преобразуется в величину ослабления при касании ($\theta = 0$). В предложенной модели учитывается взаимное влияние только соседних препятствий.

При наличии на трассе препятствий с $\theta < 0$ схема расчета изменяется. Для выяснения их влияния необходимо построить первые несколько зон Френеля между конечными пунктами трассы и ближайшими препятствиям, а также между самими препятствиями. Удобно построить на профилях участков трассы не первые зоны Френеля, а кривые H_{0i}, определяемые формулой

$$H_{0i} = 10\sqrt{\frac{d'_n d''_n}{f\left(d'_n + d''_n\right)}}, \text{м}, \tag{3.187}$$

где d'_n – расстояние от начала участка с прямой видимостью до данного препятствия с $\theta < 0$, d''_n – расстояние от препятствия с $\theta < 0$ до конца участка.
Каждое препятствие с $\theta < 0$ вносит ослабление, рассчитываемое по формуле

$$L = -6{,}4 - 20\lg\left[\sqrt{\left(\frac{2\theta_i^{\,2}}{x_{ni}} + 1\right)} + 1{,}41\frac{\theta_i}{\sqrt{x_{ni}}}\right] -$$
$$- K_{Hi}\left(6{,}6 x_{ni}^{\;0,75} y_{ni}^{\;1,5} + 11{,}7 x_{ni}^{\;0,25} y_{ni}^{\;1,5}\theta_i\right), \tag{3.188}$$

где

$$x_{ni} = \frac{3\cdot 10^{-4}\left(d'_{ni} + d''_{ni}\right)}{f d'_{ni} d''_{ni}},\ y_{ni} = 14{,}9 R_{ni}^{\;1/3} f^{1/3}.$$

В работе [17] проведено сравнение расчетных и измеренных значений ослабления на большом количестве трасс, проходящих над среднепересеченной и горной местностями. Измерения проводились в диапазоне частот 0,046-93 ГГц на трассах протяженностью от 15 до 300 км.

3.4.7. Метод параболического уравнения

При исследовании распространения радиоволн вдоль земной поверхности в ряде случаев используется метод параболического уравнения [18]. Рассмотрим применение этого метода на примере одномерного уравнения Гельмгольца

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + k^2\right)\Psi = 0, \tag{3.189}$$

которое можно представить в виде

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}+ik\right)\left(\frac{\partial}{\partial x}-ik\right)\Psi=0. \qquad (3.190)$$

Уравнение (3.190) в свою очередь можно заменить двумя эквивалентными уравнениями

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}+ik\Psi=0. \qquad (3.191)$$

$$\frac{\partial\Psi}{\partial x}-ik\Psi=0. \qquad (3.192)$$

Рассмотрим уравнение (3.192), описывающие волны, распространяющиеся в положительном направлении оси x. Решение этого уравнения имеет вид

$$\Psi(x)=\mathrm{e}^{ikx}. \qquad (3.193)$$

Нетрудно убедиться в том, что решения в двух точках, отстоящих одна от другой на малом расстоянии Δx, связаны между собой соотношением

$$\Psi(x+\Delta x)=\mathrm{e}^{ik\Delta x}\,\Psi(x). \qquad (3.194)$$

При численных расчетах допустимо использовать приближенное соотношение

$$\Psi(x+\Delta x)=\left(\frac{1+i\dfrac{k\Delta x}{2}}{1-i\dfrac{k\Delta x}{2}}\right)\Psi(x). \qquad (3.195)$$

Таким образом, задавая значение функции Ψ в точке x, с помощью соотношения (3.195) можно найти значение функции Ψ в точке $x+\Delta x$. Далее процесс вычислений повторяется.

Перейдем к процедуре решения трехмерного уравнения Гельмгольца

$$\nabla^2\Phi+k^2\Phi=0, \qquad (3.196)$$

где k^2 является в общем случае функцией координат. Предположим, что волна в основном распространяется в направлении оси z. Тогда решение уравнения Гельмгольца (3.196) можно представить в виде

$$\Phi=\Psi(x,y,z)\mathrm{e}^{ik_0z}. \qquad (3.197)$$

Подставив решение (3.197) в уравнение (3.196), получим

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2}+\frac{\partial^2}{\partial y^2}+\frac{\partial^2}{\partial z^2}+k^2\right)\Psi(x,y,z)\mathrm{e}^{ik_0z}=0. \qquad (3.198)$$

Далее перепишем уравнение (3.198) в виде

$$\nabla_{\perp}^{2}\Psi + \frac{\partial^{2}\Psi}{\partial z^{2}} + 2ik_{0}\frac{\partial\Psi}{\partial z} + \left(k^{2} - k_{0}^{2}\right)\Psi = 0\,. \qquad (3.199)$$

Пренебрегая слагаемым $\frac{\partial^{2}\Psi}{\partial z^{2}}$, приходим к параболическому уравнению

$$\nabla_{\perp}^{2}\Psi + 2ik_{0}\frac{\partial\Psi}{\partial z} + \left(k^{2} - k_{0}^{2}\right)\Psi = 0\,. \qquad (3.200)$$

Полученное уравнение содержит только первую производную по z. Следовательно, к нему может быть применен метод решения, описанный выше для одномерного уравнения.

Рассмотрим некоторые методы численного решения параболического уравнения на примере двумерной задачи. Пусть

$$\Phi = \Psi(r, z)\mathrm{e}^{ik_{0}r}\,, \qquad (3.201)$$

где r – расстояние, измеряемое вдоль земной поверхности, z – высота. В этом случае уравнение (3.200) имеет вид

$$\nabla_{\perp}^{2}\Psi + 2ik_{0}\frac{\partial\Psi}{\partial r} + \left(k^{2} - k_{0}^{2}\right)\Psi = 0\,. \qquad (3.202)$$

Перепишем уравнение (3.202) в символическом виде

$$\frac{\partial\Psi}{\partial r} = (A + B)\Psi\,, \qquad (3.203)$$

где $A = \frac{i}{2k_{0}}\frac{\partial^{2}}{\partial z^{2}}$, $B = \frac{i}{2k_{0}}\left(k^{2} - k_{0}^{2}\right)$.

Аналогично одномерному уравнению приближенное решение уравнения (3.203) может быть представлено в виде

$$\Psi(r + \Delta r, z) = \mathrm{e}^{(A+B)\Delta r}\,\Psi(r, z). \qquad (3.204)$$

При малых Δr можно воспользоваться соотношением

$$\mathrm{e}^{(A+B)\Delta r} \approx \mathrm{e}^{\frac{B\Delta r}{2}}\mathrm{e}^{A\Delta r}\mathrm{e}^{\frac{B\Delta r}{2}}\,. \qquad (3.205)$$

Поскольку оператор A включает производную по z, воспользуемся Фурье-преобразованием и запишем

$$\Psi(r + \Delta r, z) = \mathrm{e}^{\frac{B\Delta r}{2}}\,F^{-1}\left\{\mathrm{e}^{-k_{z}^{2}\left(\frac{i}{2k_{0}}\right)\Delta r}\,F\left\{\mathrm{e}^{\frac{B\Delta r}{2}}\,\Psi(r, z)\right\}\right\}, \qquad (3.206)$$

где $F\{...\}$ и $F^{-1}\{...\}$ – прямое и обратное преобразования Фурье. Алгоритм (3.206) может быть эффективно реализован с использованием аппарата быстрого преобразования Фурье (БПФ).

Другим методом, применяемым для решения параболического уравнения, является метод конечных разностей. Перепишем уравнение (14) в виде

$$\frac{\partial \Psi}{\partial r} = \hat{L}\Psi , \tag{3.207}$$

где

$$\hat{L} = a + b\frac{\partial^2}{\partial z^2}, \qquad a = \frac{ik_0}{2}\left(N^2 - 1\right), \qquad b = \frac{i}{2k_0}. \tag{3.208}$$

Здесь введено обозначение $N^2 = k^2 / k_0^2$.

Пусть

$$\Psi(r, z) = \Psi(n\Delta r, jz) = \Psi_j^n , \tag{3.209}$$

где n и j – число шагов по координатам r и z. Уравнение (3.207) в конечных разностях имеет вид

$$\mathrm{e}^{-\hat{L}\Delta r}\,\Psi_j^{n+1} = \Psi_j^n . \tag{3.210}$$

При условии малости величины $\hat{L}\Delta r$ уравнение (3.210) может быть переписано в виде

$$\left[1 - \Delta r\hat{L}\right]\Psi_j^{n+1} = \Psi_j^n \tag{3.211}$$

или

$$\left[1 - \Delta r\left(a_j^{n+1} + b_j^{n+1}\delta_z^2\right)\right]\Psi_j^{n+1} = \Psi_j^n , \tag{2.212}$$

где

$$\delta_z^2\Psi_J = \frac{\left(\Psi_{J+1} - 2\Psi_J + \Psi_{J-1}\right)}{\Delta Z^2}. \tag{3.213}$$

Уравнение (3.212) представляет собой простейший тип уравнения в конечных разностях, которое может быть использовано при решении параболического уравнения.

Метод параболического уравнения широко используется при расчете радиотрасс, пролегающих в сильно пересеченной местности. Некоторые результаты расчетов приведены в работе [18]. В качестве примера приведем рисунки из этой работы, иллюстрирующие возможности этого метода. На рисунках 3.15-3.16 показана структура электромагнитного поля вблизи одиночных препятствий с гладкой и острой вершинами.

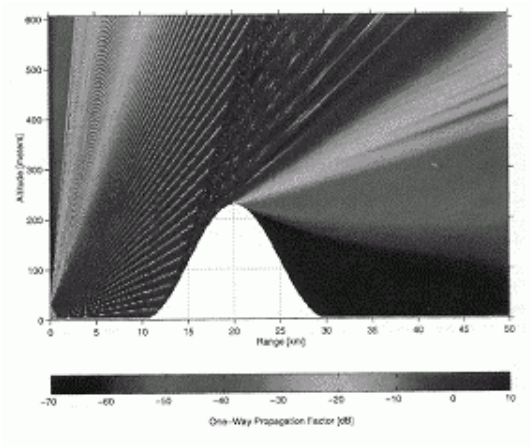


Рис. 3.15

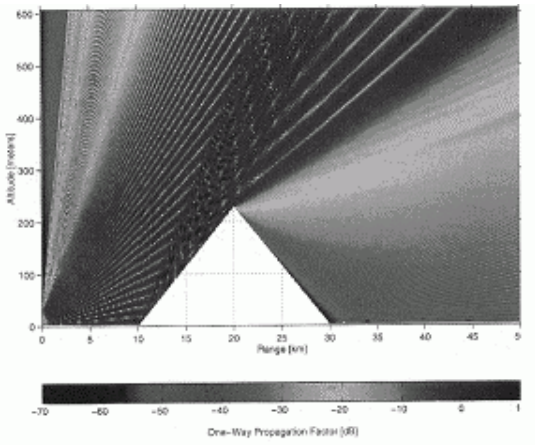


Рис. 3.16

Существуют модели, позволяющие учесть дифракцию радиоволн на нескольких препятствиях – это модели Биллингтона, Эпштейна-Петерсона и другие.

В заключение приведем результаты расчета структуры электромагнитного поля, создаваемого передающей антенной, расположенной на некоторой высоте над поверхностью Земли в горной местности. Рис. 3.17 демонстрирует сложную интерференционную структуру поля над земной поверхностью, эффекты затенения и дифракции радиоволн на вершинах гор.

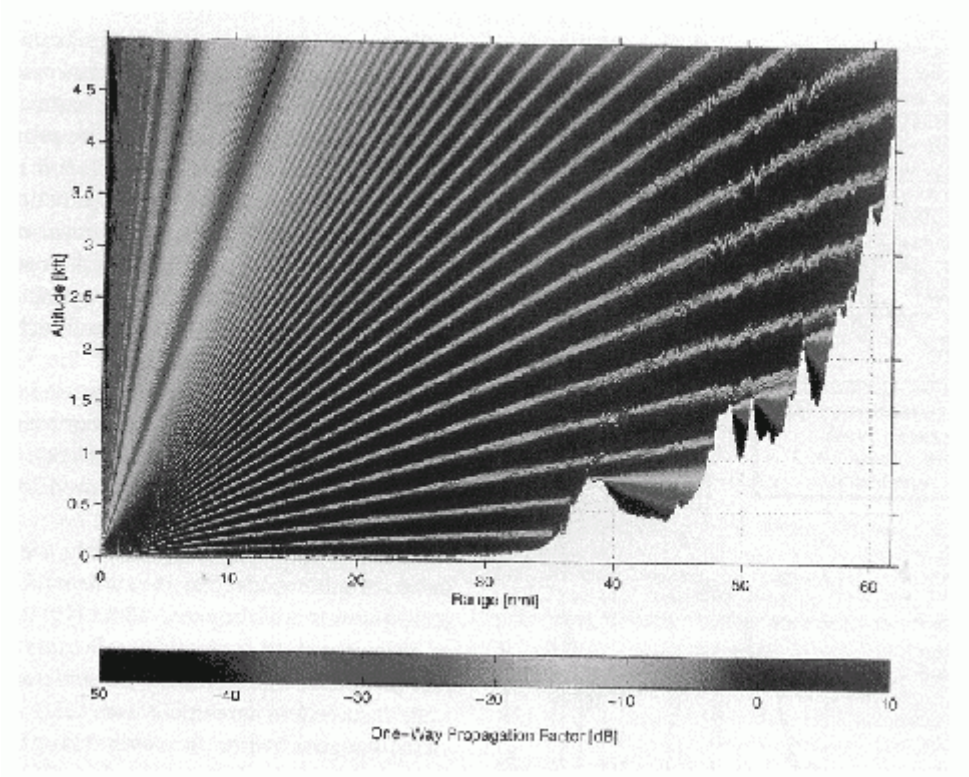


Рис. 3.17

3.5. Распространение радиоволн в условиях города

3.5.1. Некоторые результаты экспериментальных исследований распространения радиоволн в городских условиях

Измерение характеристик сигналов на мобильной станции

В работе [19] приведены результаты измерений угловых характеристик излучения антенны базовой станции, расположенной на крыше здания высотой 47 м. Измерения проводились в центральной части Парижа на частоте 890 Мгц. В качестве приемной антенны использовалась антенная решетка из 21×41 элементов, расположенная на кузове автомобиля. Приемная аппаратура позволила получить высокое разрешение по азимуту и углу места ($<1^0$), а также высокое временное разрешение (<33 нс). Основной целью измерений являлось исследование углового распределения мощности принимаемого сигнала. По результатам измерений, выполненных в тридцати различных точках города, были выделены три типа принимаемых сигналов: сигналы, приходящие в точку приема вдоль волновода, образованного зданиями, расположенными вдоль улицы (“Street_Classical”); сигналы, приходящие в точку приема путем рассеяния на углах улиц (“Street_Corner”) и сигналы с большой временной задержкой (“Far Echoes”).

Сигналы первого типа характерны для условий волноводного распространения радиоволн вдоль улиц. Они имели значительные временные задержки (до 25 мкс), связанные с многократными отражениями радиоволн от зданий. Эти сигналы приходили с направления, совпадающего с направлением улицы. Сигналы с небольшими временными задержками (рис. 3.18) имеют

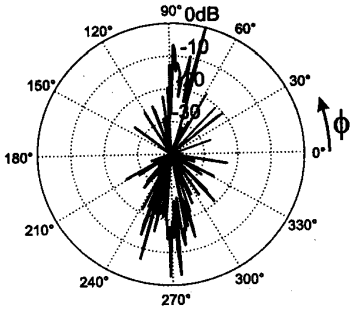


Рис. 3.18

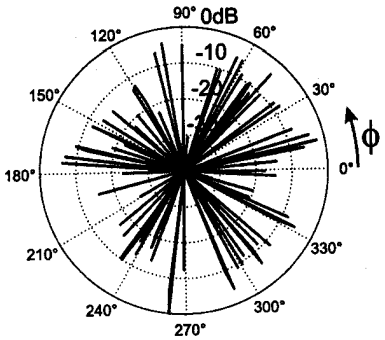


Рис. 3.19

почти изотропное распределение по азимуту, что свидетельствует о рассеянии

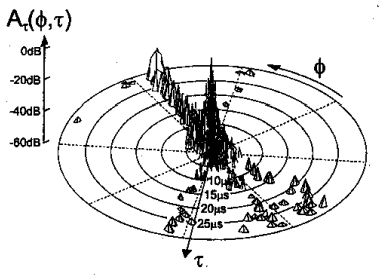


Рис. 3.20

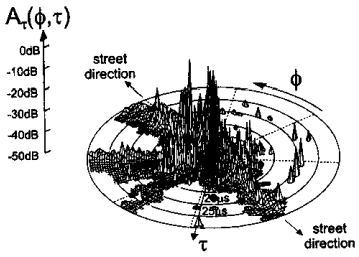


Рис. 3.21

радиоволн на объектах, расположенных вблизи приемной станции (рис. 3.19). Представление о волноводном характере распространения радиоволн дает рис. 3.20, где хорошо видно, что в основном сигналы к мобильной станции приходят вдоль улицы.

Сигналы второго типа наблюдаются в тех случаях, когда мобильная станция находится вблизи перекрестков улиц. Они поступают на антенну мобильной станции в результате рассеяния на кромках близлежащих зданий, что демонстрирует рис. 3.21. Эти сигналы могут иметь различные времена задержки, определяемые их траекториями.

В ряде случаев наблюдались сигналы с большими временами задержки, приходящие под малыми углами места. Эти сигналы, как правило, были обусловлены наличием высоких зданий, расположенных в конце улицы в пределах прямой видимости. Чаще регистрировались сигналы с большими временами задержки, связанные с наличием удаленных крупных объектов вне пределов прямой видимости. Такие сигналы после отражения от каких-либо препятствий могли быть захвачены в волновод, образованный расположенными вдоль улицы домами, в результате дифракции на кромках зданий.

Измерения угловой зависимости мощности принимаемых сигналов в вертикальной плоскости показали, что она не испытывает сильных вариаций в зависимости от положения мобильной станции. Отмечено, что угол прихода сигнала уменьшается с увеличением времени задержки. Этот факт подтверждает гипотезу о волноводном характере распространения сигналов с большой временной задержкой. На рис. 3.22 приведена усредненная зависимость амплитуды сигнала от угла прихода в вертикальной плоскости. Там же пунктиром показана диаграмма направленности приемного четвертьволнового вибратора, расположенного над идеально проводящей плоскостью. Указано, что более 65% энергии сигнала приходит в результате распространения радиоволн над крышами зданий.

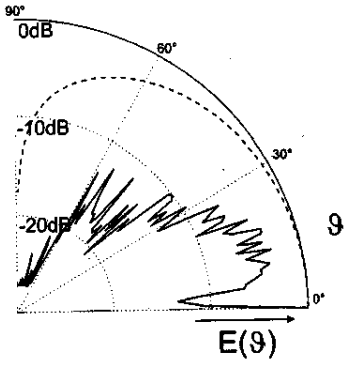


Рис. 3.22

На основании проведенных исследований делается вывод о том, что в условиях города с регулярной плотной застройкой определяющим может быть волноводный механизм распространения радиоволн. С этим механизмом связано наличие сигналов с большими временами задержки и ярко выраженная анизотропия азимутальных характеристик принимаемых сигналов. Однако если мобильная станция расположена вблизи пересечения улиц, основной вклад в принимаемый сигнал могут давать волны, испытывающие дифракцию на углах и острых кромках зданий.

Измерение характеристик принимаемого сигнала на базовой станции

В работе [20] приведены результаты экспериментального исследования характеристик сигналов на базовой станции, антенна которой располагалась на крышах различных зданий. Измерения проводились в центральной части

Хельсинки на частоте 2154 МГц. Приемная антенна представляла собой решетку 16×58 элементов (8×29 λ). Проведены три серии экспериментов для различных положений приемной антенны. Расстояние между мобильной и базовой станциями изменялось от 100 до 500 м.

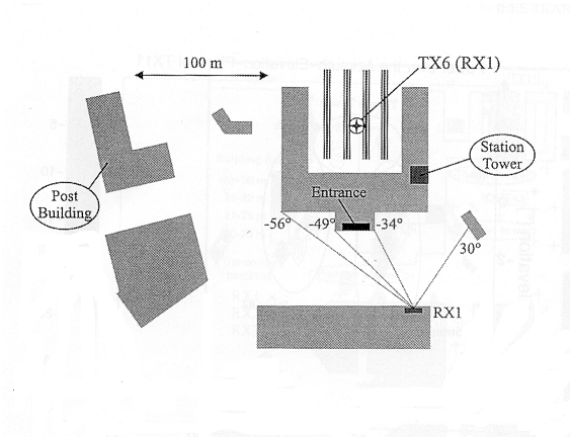


Рис. 3.23

В первой серии антенна находилась на высоте 10 м на уровне третьего этажа здания, расположенного на площади. Напротив него располагалось здание железнодорожного вокзала. Передающая антенна располагалась либо во дворе вокзала, либо на одной из расположенных рядом улиц. Схема расположения приемной и передающей антенн в первом случае показана на рис. 3.23. На рис. 3.24 показана азимутальная зависимость мощности принимаемого сигнала, усредненная по различным положениям передающей антенны. Следует отметить, что независимо от положения мобильной станции наблюдаются несколько максимумов мощности принимаемого сигнала на базовой станции, определяемые рассеянием радиоволн на окружающих антенну базовой станции объектах. В частности, четко выражены два максимума, соответствующие распространению радиоволн вдоль расположенных рядом улиц. Видны максимумы, соответствующие рассеянию на входе в здание вокзала и на башне, расположенной на его крыше.

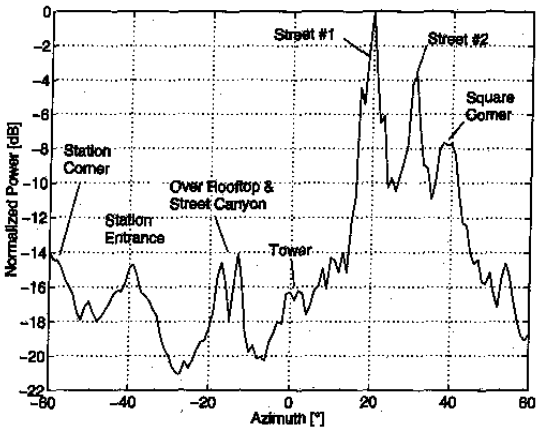


Рис. 3.24

Наглядную информацию о механизмах распространения радиоволн дают зависимости угла места и времени задержки принимаемых базовой станцией сигналов от азимута, приведенные на рис. 3.25 - 3.26. Авторы работы [20] отмечают, что принимаемые сигналы группируются в «кластеры», соответствующие различным механизмам распространения. На этих рисунках видны группы сигналов, соответствующие волноводному распространению вдоль улиц, а также группа сигналов, отраженных от башни театра.

Аналогичные измерения были проведены для других положений приемной антенны. Во второй серии экспериментов антенна располагалась на высоте 27 м (на уровне крыши здания) и в третьей серии – на высоте 21 м (выше уровня крыши). В обоих случаях антенна была расположена выше уровня крыш

соседних зданий. Проведенные измерения позволили авторам работы [20] выделить три различных механизма распространения радиоволн: волноводное распространение вдоль улиц, прямое распространение поверх крыш зданий и

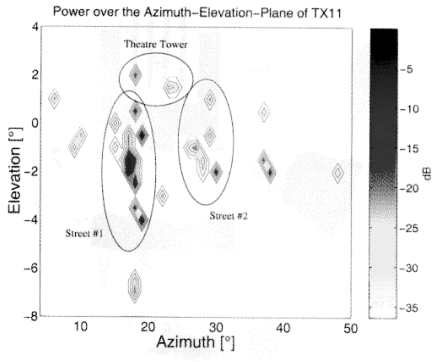


Рис. 3.25

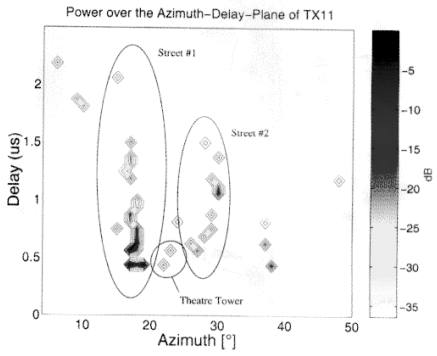


Рис. 3.26

распространение поверх крыш после рассеяния возвышающимися над уровнем крыш объектами. Указано, что в исследуемом интервале расстояний между мобильной и базовой станциями (100-500 м) преобладает волноводный механизм. Если приемная антенна базовой станции располагалась ниже или на уровне крыш, до 97% принимаемых сигналов определяется этим механизмом. Отмечается, что даже для поднятых над уровнем крыш антенн доля сигналов, связанных с волноводным механизмом, достигала 70%. Здания, возвышающиеся над средним уровнем крыш, обычно действуют как рассеиватели радиоволн. Особенно ярко рассеяние такими объектами проявляется, если они находятся в зоне прямой видимости как для базовой, так и для мобильной станций. Доля сигналов, рассеянных этими объектами, в описываемых измерениях составила 9%.

3.5.2. Квазидетерминированная модель многолучевого канала распространения миллиметровых радиоволн в городской застройке

В работе [21] для прогнозирования характеристик радиоканала в миллиметровом диапазоне волн в городской среде предложена квазидетерминированная трехмерная модель распространения, основанная на геометрической оптике и геометрической теории дифракции. Модель предусматривает детерминированное описание городской застройки, которая представляется в виде трехмерного массива зданий. Основой для построения базы данных городской застройки в памяти ЭВМ является топографический план города масштаба 1:2000, на котором указаны рельеф местности, контуры зданий, их координаты, высота, размеры, ориентация и тип поверхности.

В предложенной модели здания представляются в виде совокупности взаимно перпендикулярных амплитудно-фазовых экранов, на которых имеются периодические неоднородности, такие как окна и балконы. Отражение волн от стен зданий с периодически-неоднородной поверхностью рассматривается как отражение от плоской поверхности с некоторым эффективным коэффициентом отражения. Коэффициенты отражения миллиметровых волн от большинства зданий невелики, что приводит к быстрому затуханию неоднократно переотраженных волн и, следовательно, сравнительно небольшому объему вычислений. Результаты экспериментов [22] подтвердили допустимость в

миллиметровом диапазоне волн принятой модели стен в виде плоских экранов с некоторым эффективным коэффициентом отражения, отличие которого от френелевского определяется степенью неоднородности и шероховатости поверхности.

В отличие от статистического подхода в СВЧ диапазоне поле, рассеянное зданием в модели канала распространения миллиметровых волн, не считается случайной функцией, а имеет определенную индикатрису рассеяния, зависящую от размера здания, числа, размеров и периода неровностей на поверхности его стен.

Программные средства для компьютерного моделирования характеристик миллиметрового канала распространения включают два блока программ. С помощью одного блока анализируется пространственная многолучевая структура поля в точке приема. Определяется наличие прямой видимости между передающим и приемным пунктами; наличие зеркально отраженных лучей в точке приема, их траектории и направления, расстояния до точек отражения, координаты точек отражения на поверхности зданий, параметры отражающих поверхностей; границы областей на поверхности зданий, освещенных передатчиком и видимых из точки приема, расстояния, углы падения и рассеяния, дифракция прямой и отраженных волн. С помощью второго блока программ производится расчет энергетических характеристик распространения. Падающее на каждое здание поле рассчитывается в приближении геометрической оптики, а рассеянное зданием поле рассчитывается с помощью интеграла Кирхгофа по рассеивающей поверхности. Преимущество детерминированной модели состоит в том, что рассеяние поля на каждом отдельном здании можно рассматривать независимо от других, так как расстояние между зданиями значительно превышает длину волны в миллиметровом диапазоне.

Алгоритм предусматривает следующую последовательность расчетов. Анализируется трехмерная геометрия задачи, определяется наличие прямой видимости и рассчитывается ослабление на трассе прямого луча между передатчиком и приемником с учетом диаграмм направленности передающей и приемной антенн. Затем с помощью метода изображения источника определяются траектории вышедших из передатчика и попавших на приемную антенну однократно отраженных лучей. Метод изображения источника, или метод виртуального источника, заключается в том, что рассчитываются координаты зеркального отображения передатчика относительно плоскости стены каждого здания и определяется, пересекает ли траектория зеркально отраженного луча стену данного здания. После этого вычисляется ослабление на зеркальной трассе каждого луча. Предложенный метод учитывает уширение луча, отраженного от здания с неоднородной поверхностью, в пределах угловой ширины индикатрисы рассеяния данного здания. Это позволяет учесть в точке приема намного больше волн, чем в случае строго зеркального отражения.

Далее по формулам дифракции на клиновидном препятствии в точке приема рассчитываются волны, вышедшие из передатчика и дифрагированные на крышах зданий, а также определяется дифракция однократно отраженных волн. Результаты численных экспериментов показывают, что дифракционное ослабление настолько велико, что дифрагированными волнами большей кратности можно пренебречь.

Следующий этап включает расчеты двукратно отраженных волн с учетом индикатрис рассеяния зданий, при этом виртуальными источниками

являются зеркальные отображения передатчика относительно однократно рассеивающих зданий. Процедура расчета повторяется для отраженных волн трех- и большей кратности. Кратность многократно отраженных волн, учитываемых в данном алгоритме, может быть любой и определяется производительностью компьютера, так как с возрастанием кратности переотражений объем обсчитываемого массива данных возрастает в геометрической прогрессии. С физической точки зрения количество последовательных переотражений для каждого луча определяется величиной эффективного коэффициента отражения поверхности стены и чувствительностью приемника.

Процедура определения траекторий прямых, зеркальных, рассеянных и дифрагированных лучей сопровождается расчетом временных задержек по каждому лучу. В результате расчета определяется функция импульсного отклика канала распространения на δ-импульс для заданных положений приемника и передатчика. Для расчета многолучевых искажений сигнала, передаваемого по каналу связи, вычисляется интеграл свертки передаваемого сигнала и функции импульсного отклика канала.

Квазидетерминированная трехмерная модель и разработанные на ее основе программные средства позволяют определять с учетом конкретной планировки городского района ключевые параметры миллиметрового канала распространения, в том числе напряженность поля в точке приема, профиль задержек, или импульсный отклик канала, характеризующий интенсивность и разброс задержек многолучевых волн, коэффициент ошибок передачи цифровой информации.

Численному моделированию распространения радиоволн в условиях городской застройки посвящено большое число работ, ссылки на которые можно найти в [23,24]. В большинстве из этих работ расчеты ведется на основе метода геометрической оптики и его модификаций [25,26].

3.5.3. Многократная дифракция на зданиях

Рассмотрим распространение радиоволн над крышами ряда зданий, расположенных на расстоянии d друг от друга (рис. 3.27).

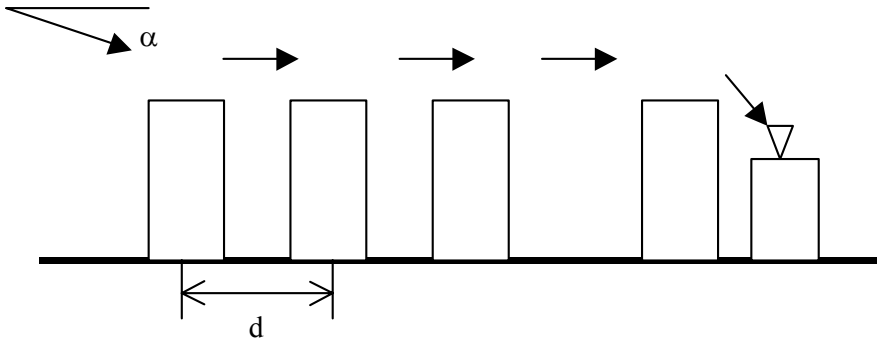


Рис. 3.27

Предположим, что передающая и приемная антенны подняты достаточно высоко над поверхностью Земли. Поглощение за счет многократной дифракции определяется соотношением [27,28]

$$L_{md} = 20\lg\left|\frac{E_{n+1}}{E_0}\right|, \tag{3.214}$$

где E_0 – напряженность электрического поля падающей волны, E_{n+1} – напряженность электрического поля в точке приема. Предполагается, что между передающей и приемной антеннами расположено n зданий. Введем параметр

$$g = \sin\alpha\sqrt{d/\lambda}\,, \tag{3.215}$$

где α – угол места передающей антенны, λ – длина волны. При небольших значениях угла α ($g \geq 0{,}1$) справедливо выражение

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} = 1 + \frac{D_{s,h}}{\sqrt{d}}\exp\left[-ikd\left(1-\cos\alpha\right)\right]\frac{1-\left(D^c_{s,h}\exp\left[-ikd\left(1-\cos\alpha\right)\right]/\sqrt{d}\right)^n}{1-D^c_{s,h}\exp\left[-ikd\left(1-\cos\alpha\right)\right]/\sqrt{d}}. \tag{3.216}$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$D_{s,h} = \frac{-\exp\left(-i\pi/4\right)}{2\sqrt{2\pi k}}\left[\frac{F(X)}{\sin(\alpha/2)} \mp \frac{1}{-\cos(\alpha/2)}\right], \tag{3.217}$$

$$F(X) = \sqrt{\pi X}\,\mathrm{e}^{i\pi/4+iX} - 2i\sqrt{X}\,\mathrm{e}^{iX}\int_0^{\sqrt{X}}\mathrm{e}^{-i\tau^2}\,d\tau\,, \tag{3.218}$$

$$\sqrt{X} = \sqrt{2kd}\left|\sin(\alpha/2)\right|, \tag{3.219}$$

$$D^c_{s,h} = \frac{-\exp\left(-i\pi/4\right)}{2\sqrt{2\pi k}}\left[-\sqrt{\pi kd}\,\mathrm{e}^{i\pi/4} \mp (-1)\right] \quad . \tag{3.220}$$

Здесь k – волновое число, индексы “s” или “h” относятся соответственно к “мягкой” или “жесткой” границам и им соответствуют знаки “-“ или “+” в формулах (3.217) и (3.220). Жесткая граница отвечает вертикальной поляризации волны.

При $\alpha \to 0$, точнее при $0 \leq g < 0{,}1$, выражение (3.216) упрощается

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} = 1 + \frac{D_{s,h}}{\sqrt{d}}\exp\left[-ikd\left(1-\cos\alpha\right)\right]\frac{1-1/\sqrt{3n+1}}{-D^c_{s,h}\big|_{\alpha=0}/\sqrt{d}}\,. \tag{3.221}$$

В выражении (3.221)

$$D_{s,h}\Big|_{\alpha=0} = \frac{-\exp(-i\pi/4)}{2\sqrt{2\pi k}}\left[\sqrt{2\pi kd}\,\mathrm{e}^{i\pi/4} \mp (-1)\right]. \qquad (3.222)$$

Среднее расстояние между зданиями d лежит обычно в интервале 30-100 м. Следовательно, справедливо условие $kd >> 1$, и вторыми слагаемыми в (3.220) и (3.222) можно пренебречь. Тогда $D^c_{s,h} \approx \sqrt{d}/\left(2\sqrt{2}\right)$ и $D_{s,h}\Big|_{\alpha=0} \approx -\sqrt{d}/2$.

В работе [28] формула (3.216) обобщена на случай наличия между зданиями деревьев, кроны которых возвышаются над крышами зданий (рис. 3.28).

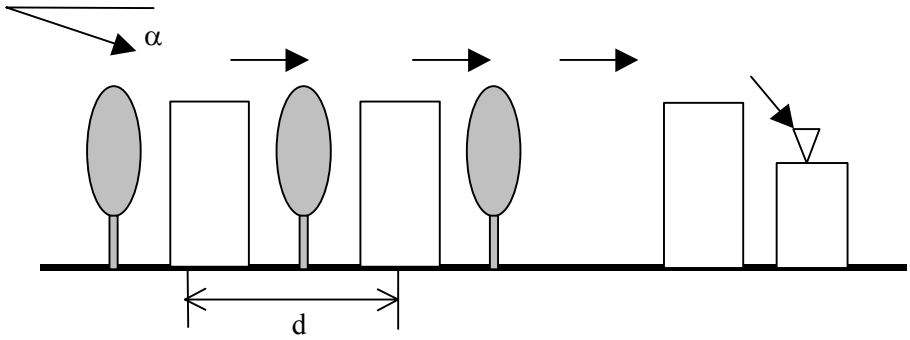


Рис. 3.28

При этом для $g \geq 0{,}1$ получается выражение

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} = A\left\{1 + \frac{D_{s,h}}{\sqrt{d}}\exp[-ikd(1-\cos\alpha)]\frac{1-\left(BD^c_{s,h}\exp[-ikd(1-\cos\alpha)]/\sqrt{d}\right)^n}{1-BD^c_{s,h}\exp[-ikd(1-\cos\alpha)]/\sqrt{d}}\right\}, \qquad (3.223)$$

а для $0 \leq g < 0{,}1$

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} = A\left\{1 + \frac{D_{s,h}}{\sqrt{d}}\exp[-ikd(1-\cos\alpha)]\frac{1-A^{\gamma_n}/\sqrt{3n+1}}{-D_{s,h}\Big|_{\alpha=0}/\sqrt{d}}\right\}, \qquad (3.224)$$

где $B = A\exp(-i\Delta k\Delta d)$, $\qquad A = \exp(-L_V/8{,}686)$,

$\Delta k = k(n'-1)$, $\qquad n' = \sqrt{\varepsilon' + n''^2}$.

Здесь L_V – затухание (в дБ) в кронах деревьях, n' и n'' – реальная и мнимая часть показателя преломления кроны, ε' – реальная часть относительной диэлектрической проницаемости кроны. В диапазоне частот 10-40 ГГц затухание L_V может быть рассчитано по следующим формулам:

$$L_V = 0{,}39 f^{0{,}39}\Delta d^{0{,}25} \text{ – для покрытых листвой деревьев,} \qquad (3.225)$$

$$L_V = 0{,}37 f^{0{,}18}\Delta d^{0{,}59} \text{ – для покрытых листвой деревьев.} \qquad (3.226)$$

В формулах (12)-(13) f – частота в МГц, Δd – размеры кроны в метрах. Мнимая часть показателя преломления определяется выражением

$$n'' = L_V\big|_{\Delta d=1} / 8{,}686, \tag{3.227}$$

где $L_V\big|_{\Delta d=1}$ определяет затухание при $\Delta d = 1$м. Реальная часть относительной диэлектрической проницаемости может быть вычислена по формуле

$$\varepsilon' = A' - B' m_d, \tag{3.228}$$

где $0{,}1 \le m_d \le 0{,}5$, а значения коэффициентов A' и B' в диапазоне частот 1-94 ГГц приведены в работе [28]. В частности, на частоте $f = 35$ГГц $A' \approx 8{,}8$ и $B' \approx 4{,}3$. Значения функции γ_n лежат в пределах от 0 до $n-1$.

В отсутствие деревьев (при $A = 1$) выражения (10), (11) переходят в (3), (8). В качестве примера, иллюстрирующего влияние крон деревьев на распространение радиоволн над крышами зданий, на рис. 3.29 приведены результаты расчетов затухания радиоволн в зависимости от числа зданий на трассе при наличии деревьев, возвышающихся над крышами зданий (сплошные кривые), и в их отсутствии (пунктирные кривые).

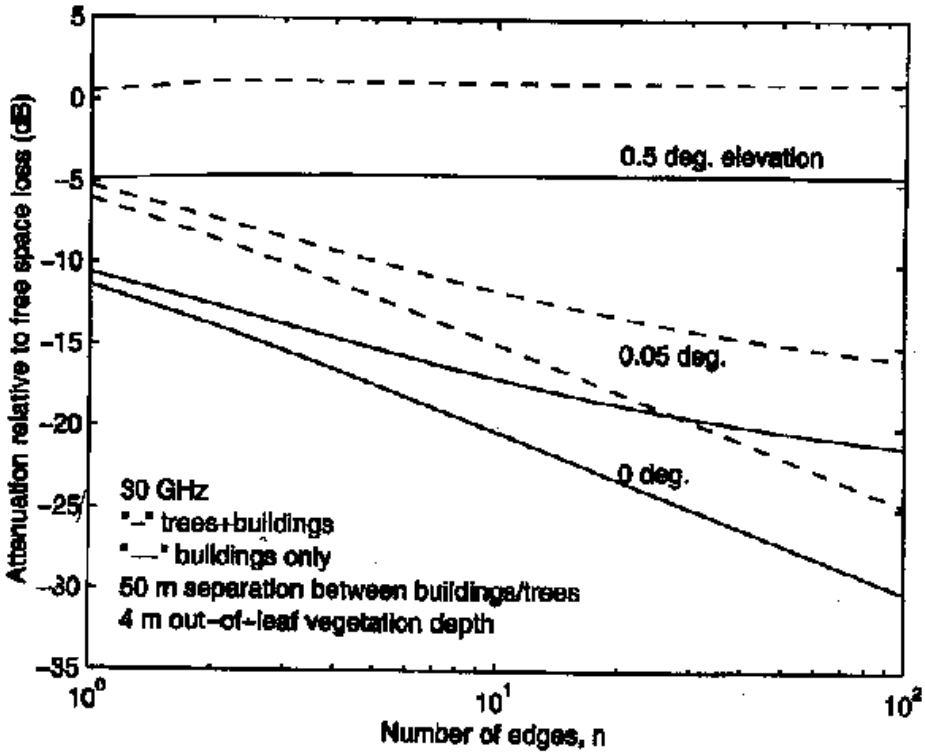


Рис. 3.29

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} = \frac{A^{1+\gamma_n}}{\sqrt{3n+1}}. \tag{3.229}$$

Здесь множитель $1/\sqrt{3n+1}$ связан с многократной дифракцией радиоволн на крышах зданий, а фактор $A^{1+\gamma_n}$ описывает затухание в кронах деревьев.

Для практических расчетов из выражений (10)-(11) при малых значениях α и g можно получить приближенные формулы. Заметим, что при малых значениях аргумента $X \approx \pi g^2$

$$F(X) \approx \left[\sqrt{\pi X} - 2X\,\mathrm{e}^{i\pi/4}\right]\mathrm{e}^{i\pi/4+iX}. \tag{3.230}$$

Для наиболее часто встречающихся на практике случаев $0 \le X < 0{,}3$. При этом из (4) следует

$$D_{s,h}/\sqrt{d} \approx -1/2 + g\,\mathrm{e}^{i\pi/4}, \tag{3.231}$$

и из (11) при $0{,}1 \le g < 0{,}3$ и достаточно больших n ($n \ge 6$)получаем

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} \approx A\left(\frac{\sqrt{2} - A\,\mathrm{e}^{-i\Delta k\Delta d}}{2\sqrt{2} - A\,\mathrm{e}^{-i\Delta k\Delta d}} + \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - A\,\mathrm{e}^{-i\Delta k\Delta d}}\,g\,\mathrm{e}^{i\pi/4}\right). \tag{3.232}$$

Пусть $0{,}1 \le \left|1/2 - 2A\exp(-i\Delta k\Delta d)\right| < g < 0{,}3$, тогда вместо (3.232) имеем

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} \approx \frac{2\sqrt{2}}{2\sqrt{2} - A\,\mathrm{e}^{-i\Delta k\Delta d}}\,gA. \tag{3.233}$$

Аналогично из (12) получаем

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} \approx A\left(A^{\gamma_n}/\sqrt{3n+1} + 2g\left(1 - A^{\gamma_n}/\sqrt{3n+1}\right)\mathrm{e}^{i\pi/4}\right), \tag{3.233}$$

и далее для $n >> 1$

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} \approx 2Ag. \tag{3.234}$$

В отсутствие деревьев вместо (20) и (22) соответственно получаем

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} \approx 1{,}55g. \tag{3.235}$$

$$\frac{E_{n+1}}{E_0} \approx 2g. \tag{3.236}$$

3.5.4. Одновременный учет отражения от земной поверхности и дифракции

В системах мобильной связи в городских условиях приемная антенна часто расположена на небольшой высоте над земной поверхностью существенно ниже уровня крыш окружающих зданий, т.е. в отсутствие прямой видимости. В этих условиях сигнал от базовой станции попадает в приемную антенну в результате многократных отражений от стен зданий и других поверхностей, в результате дифракции на кромках и углах зданий, а также в результате рассеяния на различных малых объектах. Таким образом, принимаемый сигнал представляет собой сумму сигналов, пришедших вдоль различных траекторий с различным затуханием и фазовым сдвигом. В результате многолучевого распространения амплитуда принимаемого сигнала может испытывать значительные вариации относительно среднего уровня. Аналогичные условия наблюдаются при распространении радиоволн внутри помещений. В связи с этим возникает задача расчета радиоканала с учетом многократных отражений радиоволн и дифракции на кромках зданий (в городских условиях) или на кромках стен, перегородок (внутри помещений).

Полное поле в точке приема можно представить в виде суммы нескольких лучей: прямого луча; отраженного от земной поверхности луча; дифракционного луча, испытавшего дифракцию на крае препятствия; луча, пришедшего в точку наблюдения после отражения от земной поверхности и в результате дифракции на крае препятствия; луча, последовательно испытавшего дифракцию и отражение от земной поверхности. Соответствующее выражение имеет вид

$$E_T = E_{los} + E_{ref} + E_{difr} + E_{dr} + E_{rd}\,, \tag{3.237}$$

где E_{los} и E_{ref} – компоненты поля, соответствующие прямому и отраженному от земной поверхности лучам, E_{difr} – компонента поля, соответствующая дифракции на кромке препятствия, E_{dr} и E_{rd} характеризуют сигналы, отраженные и земной поверхности и испытавшие дифракцию. Выражения для этих компонент можно представить в следующем виде:

$$E_{los} = \frac{E_0}{d_1}\mathrm{e}^{-ikd_1}\,, \tag{3.238}$$

$$E_{ref} = \frac{E_0}{d_2}R_v(\psi,\varepsilon)\mathrm{e}^{-ikd_2}\,, \tag{3.239}$$

$$E_{dif} = \frac{E_0}{d_3}D_{v,h}(\beta,\phi_1,\phi_1',s_1,s_1')\mathrm{e}^{-ikd_3}\,, \tag{3.240}$$

$$E_{dr} = \frac{E_0}{d_4}D_{v,h}(\beta,\phi_2,\phi_2',s_2,s_2')\mathrm{e}^{-ikd_4}\,, \tag{3.241}$$

$$E_{rd} = \frac{E_0}{d_5} D_{v,h}\left(\beta, \phi_3, \phi_3', s_3, s_3'\right) \mathrm{e}^{-ikd_5}, \tag{3.242}$$

где E_0 – напряженность электрического поля на единичном расстоянии от источника, $R_{v,h}$ и $D_{v,h}$ коэффициенты отражения и дифракции, приведенные в [29]. В формуле (3.239) ε – комплексная диэлектрическая проницаемость почвы. Угол отражения ψ определяется выражением

$$\psi = \mathrm{arctg}\left(\frac{h_0 + h_2}{a_0 + a_1}\right). \tag{3.243}$$

В формулах (3.238)-(3.243) использованы следующие обозначения:

$$d_1 = \sqrt{\left(h_0 - h_2\right)^2 + \left(a_0 + a_1\right)^2}, \tag{3.244}$$

$$d_2 = \sqrt{\left(h_0 + h_2\right)^2 + \left(a_0 + a_1\right)^2}, \tag{3.245}$$

$$d_3 = s_1 + s_1', \quad d_4 = s_2 + s_2', \quad d_5 = s_3 + s_3', \tag{3.246}$$

$$\theta_{hp1} = \mathrm{arctg}\left(\frac{h_0 - h_1}{a_0}\right), \qquad \theta_{hp2} = \mathrm{arctg}\left(\frac{h_0 + h_1}{a_0}\right), \tag{3.247}$$

$$\phi_1 = \phi_2' = \frac{\pi}{2} + \theta_{hp1}, \qquad \phi_3' = \frac{\pi}{2} + \theta_{hp2}, \tag{3.248}$$

$$s_1' = s_2' = \frac{\left(h_0 - h_1\right)}{\sin\theta_{hp1}}, \qquad s_3' = \frac{\left(h_0 + h_1\right)}{\sin\theta_{hp2}}, \tag{3.249}$$

$$\theta_{hp3} = \mathrm{arctg}\left(\frac{a_1}{h_1 - h_2}\right), \qquad \theta_{hp4} = \mathrm{arctg}\left(\frac{a_1}{h_1 + h_2}\right), \tag{3.250}$$

$$\phi_1 = \phi_3 = 2\pi - \theta_{hp3}, \qquad \phi_2 = 2\pi - \theta_{hp4}, \tag{3.251}$$

$$s_1 = s_3 = \frac{\left(h_1 - h_2\right)}{\cos\theta_{hp3}}, \qquad s_2 = \frac{\left(h_1 + h_2\right)}{\sin\theta_{hp4}}, \tag{3.252}$$

На рис. 3.31 в качестве примера приведена зависимость относительного уровня принимаемого сигнала в зависимости от расстояния до препятствия. Геометрия задачи показана на рис. 3.30. Из приведенной зависимости видно, что на небольших расстояниях от препятствия заметен эффект экранировки, приводящий к уменьшению амплитуды принимаемого сигнала примерно на 30 дБ. На расстоянии около 7 м появляется прямой сигнал и амплитуда суммарного сигнала становится сравнимой с амплитудой сигнала в свободном пространстве.

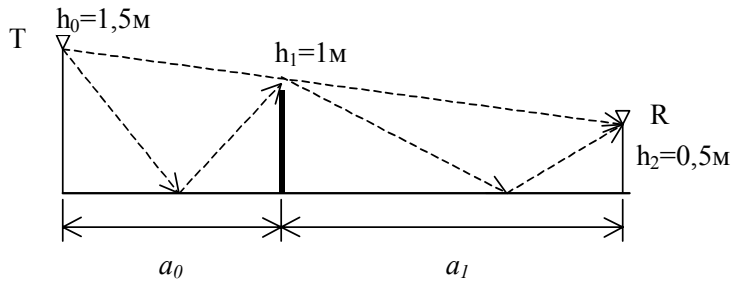


Рис. 3.30

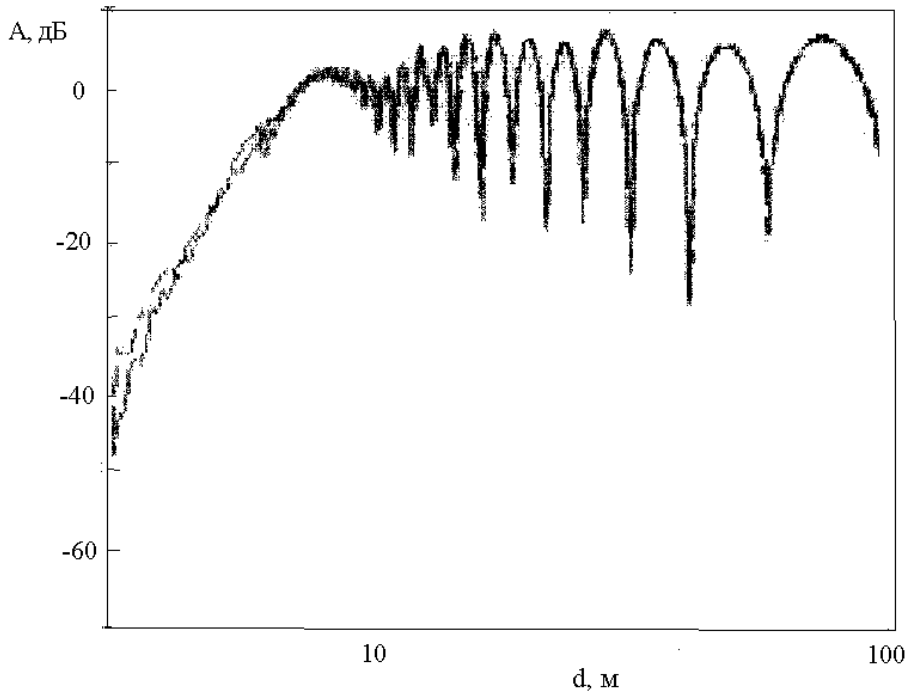


Рис. 3.31

3.6. Распространение радиоволн внутри зданий и помещений

Проблеме распространения радиоволн внутри зданий и помещений последнее время уделяется большое внимание. Это связано, прежде всего, с созданием локальных информационных сетей, а также с необходимостью обеспечения надежной радиосвязью сотрудников предприятий, учреждений с целю оперативного управления и обеспечения безопасности. Наличие внутри здания стен, перегородок, мебели, радиоэлектронной аппаратуры, людей и других объектов создает сложную среду распространения радиоволн. Условия распространения радиоволн внутри помещений существенно отличаются от условий распространения радиоволн в свободном пространстве. Основными эффектами, наблюдаемыми при распространении радиоволн внутри помещений, являются многолучевость, обусловленная многократными отражениями радиоволн от стен и других объектов, дифракция на многочисленных острых кромках предметов, расположенных внутри комнаты, и рассеяние радиоволн. Эти эффекты создают сложную интерференционную структуру электромагнитного поля, сильно изменяющуюся при перемещении людей и других объектов.

В качестве примера на рис. 3.32 приведена зависимость мощности принимаемого сигнала от расстояния, измеренная внутри комнаты на частоте f = 914 МГц. Приведенная зависимость демонстрирует сложный интерференционный характер поля с глубокими пространственными замираниями [30].

3.6.1. Модели, используемые для описания условий распространения радиоволн внутри зданий

Большинство моделей, используемых для расчетов радиотрасс, расположенных внутри зданий, основано на формуле, описывающей

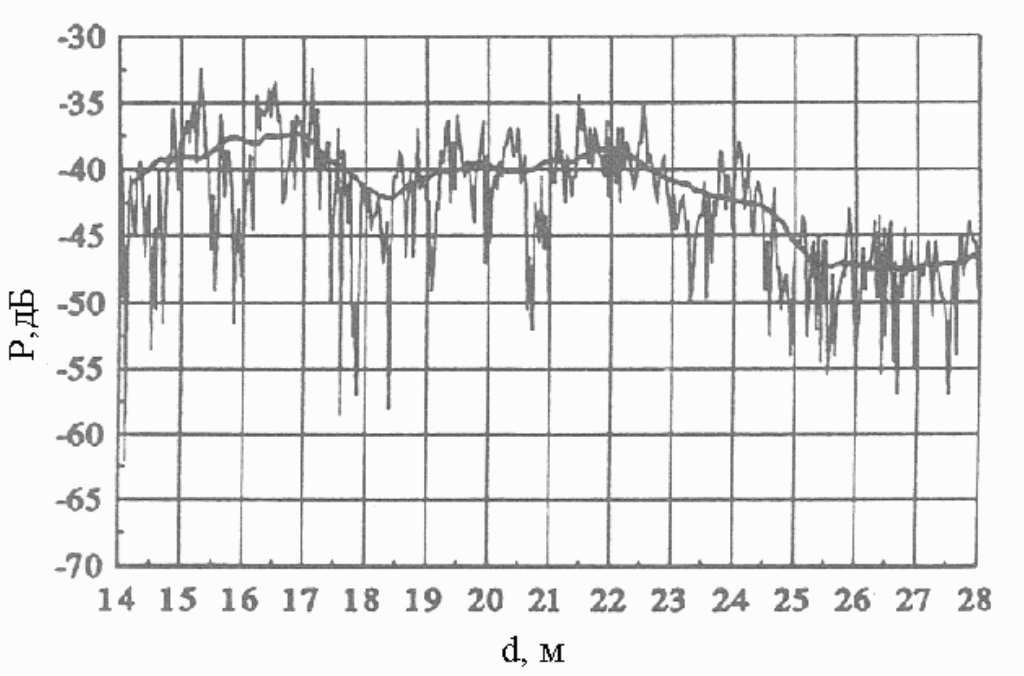


Рис. 3.32

распространение радиоволн в свободном пространстве (3.65). Однако наличие стен, пола, мебели, людей и других объектов оказывает существенное влияние на характер распространения радиоволн. Многообразие условий приводит к необходимости использовать некоторые эмпирические модели, основанные на многочисленных экспериментах по исследованию условий распространения радиоволн внутри помещений. В работе [30] предложено несколько моделей, в которых потери на трассе определяются соотношением

$$L(d) \approx L_P (d / d_0)^{-n}, \tag{3.253}$$

где L_P – потери при распространении на трассе прямой видимости длиной d_0, d – расстояние между передатчиком и приемником. Причем, в некоторых моделях значение n является постоянной величиной, в других – зависит от расстояния. Например, до расстояний около 10 м $n = 2$, в интервале расстояний $10 < d < 20$ м – $n = 3$, для $20 < d < 40$ м– $n = 6$, при $d > 40$ м – $n = 12$. Увеличение значения n с ростом расстояния, вероятно, связано с увеличением числа стен, отделяющих приемную антенну от передающей.

Если передающая антенна расположена внутри комнаты, то независимо от ее положения многократное отражение радиоволн от стен, пола, потолка, мебели и других объектов приводит к увеличению мощности принимаемого сигнала по сравнению со свободным пространством. Это напоминает явление реверберации, хорошо изученное в акустике. Рассмотрим малую площадку dS, произвольно расположенную внутри комнаты. Если предположить, что радиоволны распространяются с равной вероятностью во всех направлениях, то с волной, бегущей, например, слева направо связана половина мощности, переносимой через эту площадку при нормальном падении. При падении волны под произвольным углом на выделенную площадку переносимая мощность в среднем в два раза меньше, чем при нормальном падении. Следовательно, одна четверть полного потока энергии проходит через произвольную малую выделенную площадку. Если учесть, что плотность потока энергии W на расстоянии d от источника мощностью P_T в свободном пространстве определяется формулой

$$W = \frac{P_T}{4\pi d^2}, \tag{3.254}$$

вводя средний коэффициент поглощения поверхности $\overline{\alpha}$ и суммируя по всей поверхности, можно записать соотношение

$$\frac{W}{4} \sum S\overline{\alpha} = P_T (1 - \overline{\alpha}). \tag{3.255}$$

Тогда для плотности потока энергии реверберационного поля имеем

$$W = \frac{4P_T}{R}, \qquad R = \frac{\sum S\overline{\alpha}}{(1 - \overline{\alpha})}. \tag{3.256}$$

Комбинируя мощность прямого сигнала и реверберационного поля, а также учитывая эффективную площадь приемной антенны, получаем

$$P_R = P_T \left(\frac{1}{4\pi d^2} + \frac{4}{R} \right) \left(\frac{\lambda^2}{4\pi} \right). \tag{3.257}$$

Из (3.257) получаем выражение для потерь

$$L_P = 10\lg\left[\left(\frac{1}{4\pi d^2} + \frac{4}{R}\right)\left(\frac{\lambda^2}{4\pi}\right)\right]. \qquad (3.258)$$

В качестве примера приведем рассчитанные по формуле (3.258) зависимости потерь от расстояния для небольшой комнаты размерами 3,3×5,1×2,1 м для различных значений коэффициента поглощения $\overline{\alpha}$ (Рис. 3.33). Сплошной линией для сравнения показаны потери при распространении в свободном пространстве.

На рис. 3.34 приведены зависимости от расстояния разности потерь, рассчитанных по формуле (3.258), и потерь в свободном пространстве при различных значениях суммарной площади поверхности и $\overline{\alpha} = 0{,}9$. Цифры около кривых на графике означают площадь поглощающей поверхности. Из рис. видно, что потери в комнате сильно зависят от эффективного коэффициента поглощения строительных материалов и покрытий. Значения коэффициентов отражения и прохождения, а также эффективного коэффициента поглощения $\overline{\alpha}$ для некоторых материалов на частоте 60 ГГц приведены в табл. 3.2.

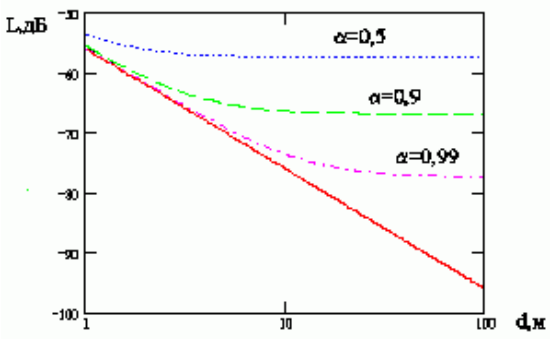


Рис. 3.33

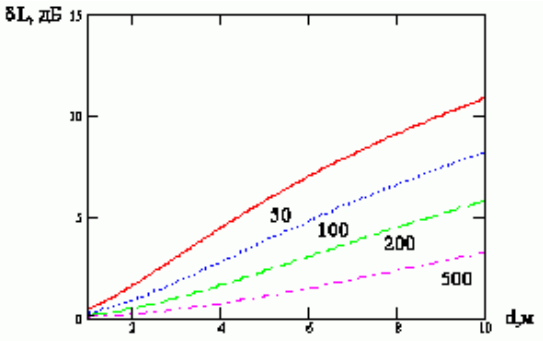


Рис. 3.34

Таблица 3.2

Материал	Коэффициент прохождения, %	Коэффициент Отражения, %	$\overline{\alpha}$
Гипсовая панель (s=1 см)	42,5	2,0	0,98
Фибролит (s=1,9 см)	4,5	20,0	0,8
Бетонная Плита (s=10 см)	0,0001	16,0	0,84

При исследовании распространения радиоволн в условиях городской застройки или внутри зданий и помещений возникает необходимость расчета коэффициента прохождения волны через стены, перегородки и другие слоистые среды. Рассмотрим падение электромагнитной волны на плоский слой

толщиной d, свойства которого характеризуются относительными диэлектрической и магнитной проницаемостями ε_2 и μ_2 (см. рис.). Слева от слоя (в области $z<0$) свойства среды описываются параметрами ε_1 и μ_1, а справа (в области $z>d$) – ε_3 и μ_3. Для ТЕ-поляризации компоненты электромагнитного поля можно представить в следующем виде:

в области $z<0$

$$E_y^{(1)} = \mathrm{e}^{ik_1 \sin\vartheta_1 x}\left(\mathrm{e}^{ik_1\cos\vartheta_1 z} + R_d^{\perp}\,\mathrm{e}^{-ik_1\cos\vartheta_1 z}\right), \tag{3.259}$$

$$H_x^{(1)} = -\mathrm{e}^{ik_1 \sin\vartheta_1 x}\,\frac{\cos\vartheta_1}{\zeta_1}\left(\mathrm{e}^{ik_1\cos\vartheta_1 z} - R_d^{\perp}\,\mathrm{e}^{-ik_1\cos\vartheta_1 z}\right), \tag{3.260}$$

в области $0 \le z \le d$

$$E_y^{(2)} = \mathrm{e}^{ik_2 \sin\vartheta_2 x}\left(A\,\mathrm{e}^{ik_2\cos\vartheta_2 z} + B\,\mathrm{e}^{-ik_2\cos\vartheta_2 z}\right), \tag{3.261}$$

$$H_x^{(2)} = -\mathrm{e}^{ik_2 \sin\vartheta_2 x}\,\frac{\cos\vartheta_2}{\zeta_2}\left(A\,\mathrm{e}^{ik_2\cos\vartheta_2 z} - B\,\mathrm{e}^{-ik_2\cos\vartheta_2 z}\right), \tag{3.262}$$

в области $z>d$

$$E_y^{(3)} = \mathrm{e}^{ik_3 \sin\vartheta_3 x}\,T_d^{\perp}\,\mathrm{e}^{ik_3\cos\vartheta_3 z}, \tag{3.263}$$

$$H_x^{(3)} = -\mathrm{e}^{ik_3 \sin\vartheta_3 x}\,\frac{\cos\vartheta_3}{\zeta_3}\,T_d^{\perp}\,\mathrm{e}^{ik_3\cos\vartheta_3 z}. \tag{3.264}$$

Здесь $R_d^{\perp}$ и $T_d^{\perp}$ – коэффициенты отражения и прохождения для слоя толщиной d. Используя условия непрерывности тангенциальных компонент поля на границах $z=0$ и $z=d$, получим выражения для коэффициента отражения и коэффициента прохождения

$$R_d^{\perp} = \frac{R_{23}^{\perp}\,\mathrm{e}^{2i\delta} + R_{12}^{\perp}}{1 + R_{12}^{\perp} R_{23}^{\perp}\,\mathrm{e}^{2i\delta}}, \tag{3.265}$$

$$T_d^{\perp} = \frac{T_{12}^{\perp} T_{23}^{\perp}\,\mathrm{e}^{i\delta}}{1 + R_{12}^{\perp} R_{23}^{\perp}\,\mathrm{e}^{2i\delta}}, \tag{3.266}$$

где $R_{12}^{\perp}$ и $R_{23}^{\perp}$ – коэффициенты отражения Френеля плоской ТЕ-волны, падающей слева на границы раздела сред $z=0$ и $z=d$. Аналогично $T_{12}^{\perp}$ и $T_{23}^{\perp}$ – коэффициенты прохождения плоской волны через эти границы.

Аналогично могут быть получены соответствующие коэффициенты для ТМ-поляризации.

В работах [31-34] приведены некоторые результаты экспериментальных исследований электромагнитных свойств некоторых строительных конструкций (стен, перегородок и т.п.). В ряде работ исследованы свойства однородных строительных материалов. В качестве примера приведем значения относительной диэлектрической проницаемости и тангенса угла потерь в диапазоне 2–7 ГГц для некоторых материалов [31]

Таблица 3.3

Относительная диэлектрическая проницаемость и тангенс потерь

Материал	Относительная диэлектрическая проницаемость	Тангенс угла потерь
Оргстекло	2,74	$3{,}2\cdot10^{-4}$
Жалюзи (закрытые)	3,49	$5{,}96\cdot10^{-5}$
Жалюзи (закрытые)	1,96	$5{,}96\cdot10^{-5}$
Красный кирпич (сухой)	5,86	$1{,}16\cdot10^{-1}$
Красный кирпич (влажный)	5,92	$1{,}17\cdot10^{-1}$
Ковер	1,32	$5{,}96\cdot10^{-4}$
Потолочное покрытие	1,32	$1{,}44\cdot10^{-2}$
Ткань	1,49	$5{,}96\cdot10^{-5}$
Стекловолокно	1,02	$9{,}21\cdot10^{-4}$
Стекло	6,38	$2{,}6\cdot10^{-2}$
Линолеум	3,08	$1{,}45\cdot10^{-3}$
Хвойная доска	2,58	$2{,}0\cdot10^{-1}$
ДСП	2,7	$1{,}1\cdot10^{-1}$
Фанера	2,47	$1{,}27\cdot10^{-1}$
Гипсовая плита	1,07	$4{,}29\cdot10^{-1}$
Кафель	3,08	$5{,}88\cdot10^{-2}$
Толь	2,47	$3{,}86\cdot10^{-2}$

В этой же работе сообщается о результатах измерений коэффициентов прохождения и отражения для этих же материалов на двух частотах 2,3 ГГц и 5,25 ГГц . Соответствующие данные приведены в табл. 3.4.

Таблица 3.4

Коэффициенты прохождения и отражения

Материал	T(дБ)			R(дБ)		
	2,3 ГГц	5,25 ГГц	Δ	2,3 ГГц	5,25 ГГц	Δ
Оргстекло (7,1 мм)	-0,3560	-0,9267	0,5707	-12,23	-5,65	-6,5753
Оргстекло (2,5 мм)	-0,0046	-0,2041	0,1994	-21,69	-13,25	-8,4770
Жалюзи (закрытые)	-0,0016	0,0022	-0,0035	-30,97	-20,39	-10,578
Жалюзи (открытые)	0,0137	0,0315	-0,0178	-44,23	-46,95	2,7210
Красный кирпич (сухой)	-4,4349	-14,621	10,186	-12,53	-8,98	-3,5459
Красный кирпич (влажный)	-4,5119	-14,599	10,087	-12,52	-9,41	-3,1185
Ковер	-0,0271	-0,0056	-0,0214	-26,94	-18,7	-8,2710
Потолочное покрытие	-0,0872	-0,1795	0,0923	-21,07	-18,7	-2,3470

Ткань	0,0216	0,0133	0,0083	-41,70	-30,1	-11,570
Стекловолокно	-0,0241	-0,034	0,0099	-39,40	-28,8	-10,581
Стекло	-0,4998	-1,6906	1,1908	--11,29	-4,9	-6,3446
Линолеум	-0,0198	-0,1278	0,1081	-23,69	-16,0	-7,6690
Хвойная доска	-2,7889	-6,1253	3,3364	-17,45	-14,8	-2,689
ДСП	-1,6511	-1,9508	0,2997	-8,59	-14,1	5,5359
Фанера	-1,9138	-1,8337	-0,0801	-9,05	-30,5	21,42
Гипсовая плита	-14,863	-13,235	-1,6280	-2,38	-9,24	6,8587
Кафель	-2,2163	-1,4217	-0,7946	-6,24	-14,9	8,6093
Толь	-0,0956	-0,1341	0,0385	-28,88	-17,8	-11,067
Шлакоблок (сухой)	-6,7141	-10,326	3,6119	-7,67	-6,13	-1,5324
Шлакоблок (влажный)	-7,3527	-12,384	5,0313	-5,05	-7,55	2,5080

Следует отметить, что наиболее сильное отличие коэффициентов прохождения в разных частотных диапазонах наблюдается для красного кирпича и шлакоблоков.

При расчетах характеристик сигналов внутри зданий и помещений используются различные модификации лучевых методов [23-26, 35-38], позволяющие учитывать отражение радиоволн от стен, пола и потолка, местных предметов, дифракцию волн на дверях и окнах и другие явления, сопутствующие распространению радиоволн.

3.6.2. Сравнение результатов измерений и расчетов

На рис. 3.35 приведены результаты измерений затухания сигнала внутри здания на разных расстояниях от передатчика. Кружочками показаны результаты измерений, проведенных на том же этаже, где был расположен передатчик. Другими значками – измерения на других этажах. Результаты измерений показали, сильную зависимость затухания от положения приемной антенны. На этом же рисунке пунктирной линией изображена зависимость затухания от расстояния между передающей и приемной антеннами, рассчитанная по эмпирической формуле. Отмечается, что среднее значение затухания на расстоянии 10 м от передатчика составляет около 75 дБ, а отклонения от этого значения достигают величины 13 дБ.

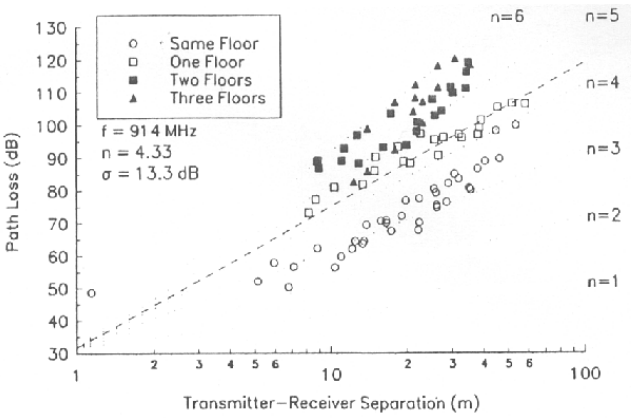


Рис. 3.35

4. Обзор экспериментальных статистических данных по распространению УКВ в городе

В городской среде напряженность поля случайным образом зависит от высот антенн на подвижном объекте и на центральной станции, от частоты сигнала, расстояния от передатчика, а также ширины и ориентации улиц и других локальных условий. Средняя напряженность поля в квазигладком городском районе практически непрерывно изменяется с частотой, высотой антенны и расстоянием, тогда как влияние других факторов более сложно.

4.1 Флуктуации уровня сигнала

По той причине, что поле УКВ при мобильной связи имеет сложную многолучевую структуру, обусловленную условиями распространения в городе, реальные значения напряженности поля будут иметь значительный разброс. Эти отклонения (флуктуации) имеют как временной, так и пространственный характер. Уже первые экспериментальные исследования пространственных и временных вариаций уровня сигнала в условиях города привели к выводу, что городской канал распространения радиоволн является локально стационарным, а пространственные замирания уровня сигнала имеют двойную природу.

Быстрые замирания являются результатом сложения полей отдельных волн многолучевого поля. Их характерный масштаб колеблется от половины длины волны до двух – трех длин волн. Медленные замирания отражают картину теневых зон, создаваемую городскими зданиями.

Если проследить картину пространственных изменений уровня напряженности поля УКВ, перемещаясь, например, по территории, равноудаленной от передающей станции (см. сплошную линию на рис. 4.1), то нетрудно обнаружить наличие «быстрых» флуктуаций, обусловленных интерференцией поля, проявление которых можно обнаружить на незначительных размерах обследуемой территории (десятки метров). Их можно назвать микрофлуктуациями. Эти флуктуации можно рассматривать относительно средних значений, которые будем называть медианными E_M (штриховая линия на рис. 4.1).

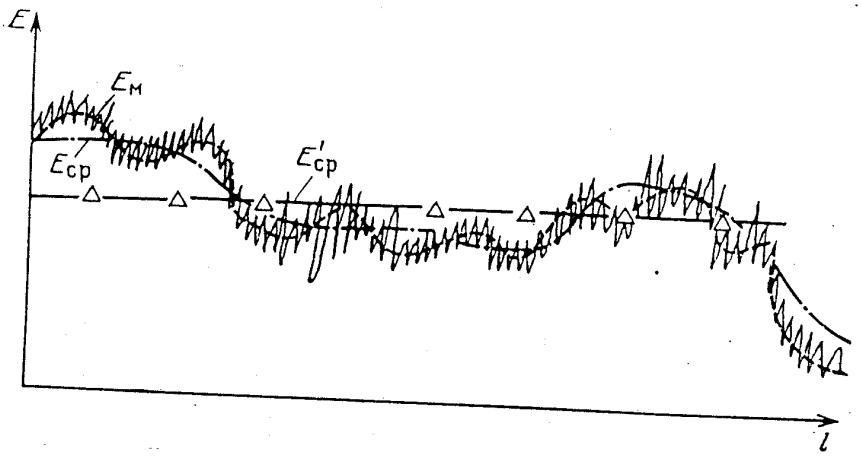


Рис. 4.1

На более протяженных трассах, например на протяженности длины улицы, медианная величина также подвержена флуктуациям, которые могут рассматриваться как «промежуточные» флуктуации со средним значением E_{CP} (штрих-пунктирная линия на рис. 4.1). Масштаб этих флуктуаций определяется плотностью застройки, размерами зданий, шириной улиц и т. д. И наконец, возможны макрофлуктуации. Они обусловлены рельефностью местности и различной интенсивностью застройки отдельных районов города и могут рассматриваться как флуктуации E_{CP} относительно глобального среднего уровня E'_{CP}

Таким образом, пространственную структуру уровней электромагнитного поля УКВ в городе можно рассматривать в виде трех составляющих: микроструктуры, промежуточной структуры и макроструктуры [39].

Типичная локальная экспериментальная картина микроструктуры приведена на рис. 4.2,

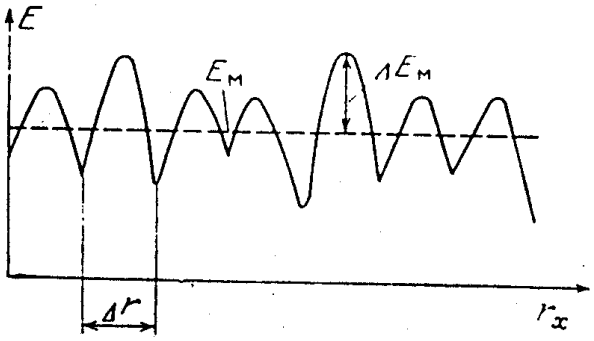


Рис. 4.2

Где $\Delta r \approx \lambda/2$.

Для математического описания локальной микроструктуры пространственных замираний чаще всего используется упрощенная модель, в которой временные флуктуации сигнала на выходе антенны подвижного пункта, а следовательно, и пространственные замирания вдоль пути движения рассматриваются как стационарные. В условиях многолучевого распространения волн в городе естественным также является предположение о статистической независимости переотраженных волн и равномерности распределения их случайных фаз. Напряженность, создаваемая каждой волной в точке наблюдения, зависит от множества случайных факторов: формы и электрических свойств отражающих поверхностей зданий, их расположения и ориентации в пространстве. Это позволяет рассматривать напряженность поля как комплексную случайную величину, распределение которой близко к нормальному. Подтверждением сделанного предположения являются экспериментальные исследования, которые показали, что в подавляющем числе случаев распределения амплитуд соответствуют рэлеевскому закону распределения. Для экспериментальной проверки законов распределения амплитуд сигналов в условиях города авторами монографии [40] был выбран 31 базовый участок длиной 100 м каждый. На каждом базовом участке с шагом в 1 м проводилась регистрация амплитуды сигнала. Полученные таким образом на различных базовых участках 3100 значений случайных амплитуд были сгруппированы в отдельные ансамбли по типам трасс, и каждый ансамбль, включающий в себя около 1000 значений, подвергался статистической обработке. В качестве примера на рис. 4.3 приведена гистограмма распределений амплитуды вертикальной компоненты напряженности электрического

поля на закрытых трассах при расстоянии между пунктами от 500 до 1200 м. Гистограмма построена по результатам измерений в 1100 точках.

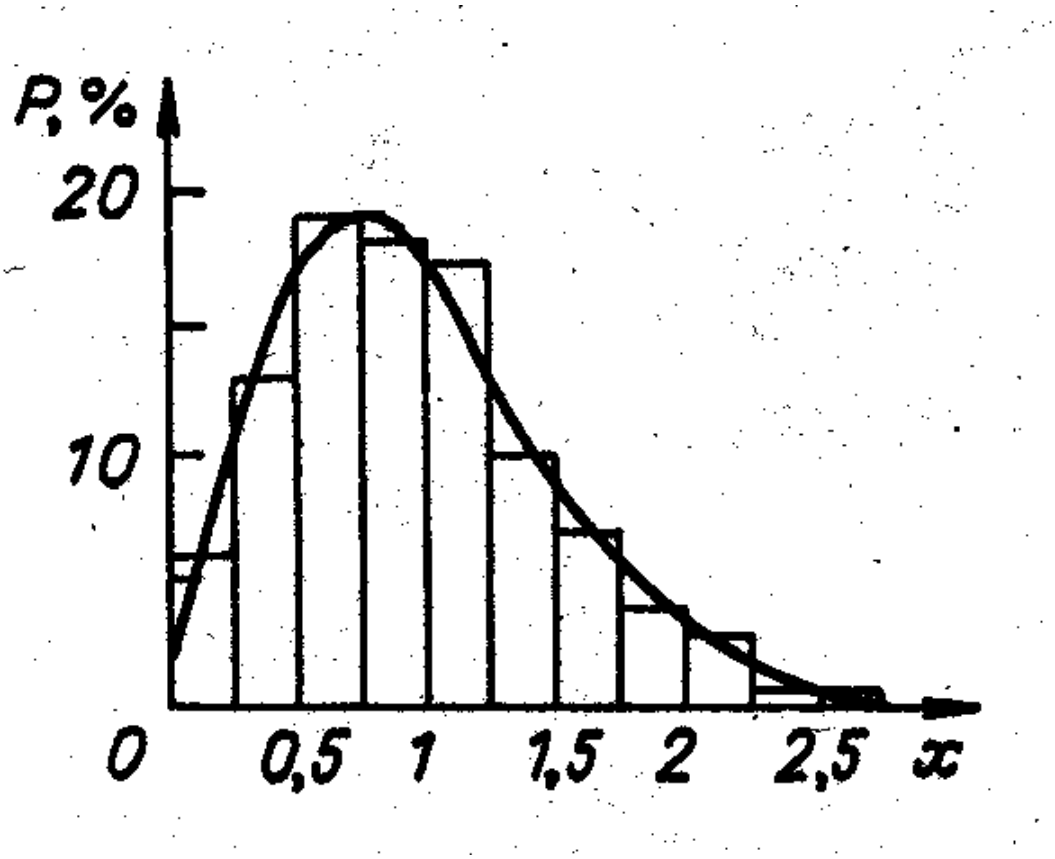


рис. 4.3

Сравнение полученных гистограмм проводилось с рэлеевским распределением, плотность которого для нормированных на σ случайных значений амплитуды имеет вид

$$f(x) = \exp\left(-\frac{x^2}{2}\right), \; x = \frac{A}{\sigma}, \; x \in (0, \infty), \qquad (4.1)$$

где σ - среднеквадратичное значение квадратур сигнала. Значение σ определялось из экспериментально полученных математических ожиданий случайной амплитуды A:

$$< A >= \sigma\left(\frac{\pi}{2}\right)^{1/2}.$$

На рис. 4.3 приведен также график вероятности попадания рэлеевской случайной величины в интервал протяженностью 0,25:

$$P_{0,25}(x) = \int_{x-0,125}^{x+0,125} f(x)dx = 2\exp\left(-\frac{x^2 + (0,125)^2}{2}\right) ch(0,125x). \qquad (4.2)$$

Сопоставление гистограммы распределения экспериментальных значений с графиком рэлеевского распределения указывает на хорошее соответствие между ними.

На открытых трассах, в каждой точке которых поле является суперпозицией первичной (пришедшей от источника) и вторичных (отраженных от зда-

ний) волн, должен выполняться обобщенный рэлеевский закон распределения амплитуд поля, имеющий вид

$$f(A) = \frac{A}{\sigma^2} \exp\left(-\frac{A^2 + A_0^2}{2\sigma^2} \right) I_0\left(\frac{AA_0}{\sigma^2} \right), \qquad (4.3)$$

где $I_0(x)$ - модифицированная функция Бесселя; A_0 - амплитуда первичной волны; σ^2 - дисперсия квадратурных составляющих напряженности поля.

Заменой $x = A/A_0$ можно привести это выражение к виду

$$f(x) = a_0 x \exp\left(-a_0 \frac{(x+1)^2}{2} \right) \exp(-a_0 x) I_0(a_0 x), \qquad (4.4)$$

где $a_0 = \left(A_0/\sigma \right)^2$.

Поскольку в эксперименте измеряется амплитуда полного поля и, таким образом, можно рассчитать ее среднее значение по выборке $< A >$ и оценить дисперсию амплитуды σ_A^2, то для сопоставления распределения Райса и экспериментально получаемого распределения необходимо установить связь между A_0/σ и $< A > / \sigma_A$. Как известно [41], для них справедливы соотношения

$$< A > \approx A_0 \left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{\sigma}{A_0} \right)^2 + \frac{1}{8}\left(\frac{\sigma}{A_0} \right)^4 \right], \quad < A^2 > = 2\sigma^2 + A_0^2. \qquad (4.5)$$

Отсюда несложно получить для $a = \left(< A > / \sigma_A \right)^2$ выражение, справедливое при $a_0 >> 1$:

$$a = a_0 \frac{2(a_0 + 1)}{2a_0 - 1}. \qquad (4.6)$$

При обработке данных эксперимента все базовые участки группировались по значениям a; внутри группы для каждого базового участка, характеризуемого выборкой 100 значений, оценивались среднее значение $< A >$ и дисперсия σ_A^2, рассчитывалась величина $A_0 = < A > \sqrt{a_0(a+1)/a(a_0+2)}$, принимавшаяся за амплитуду первичной волны, и значения, полученные на базовом участке, нормировались на A_0. Затем выборки всех базовых участков одной группы объединялись, и строилось распределение нормированных значений амплитуды сигнала $x = A/A_0$. На рис. 4.4 показана гистограмма распределения значений x, построенная для выборки объемом 800 отсчетов, характеризующейся $a = 3{,}8$ или $a_0 = 3{,}6$.

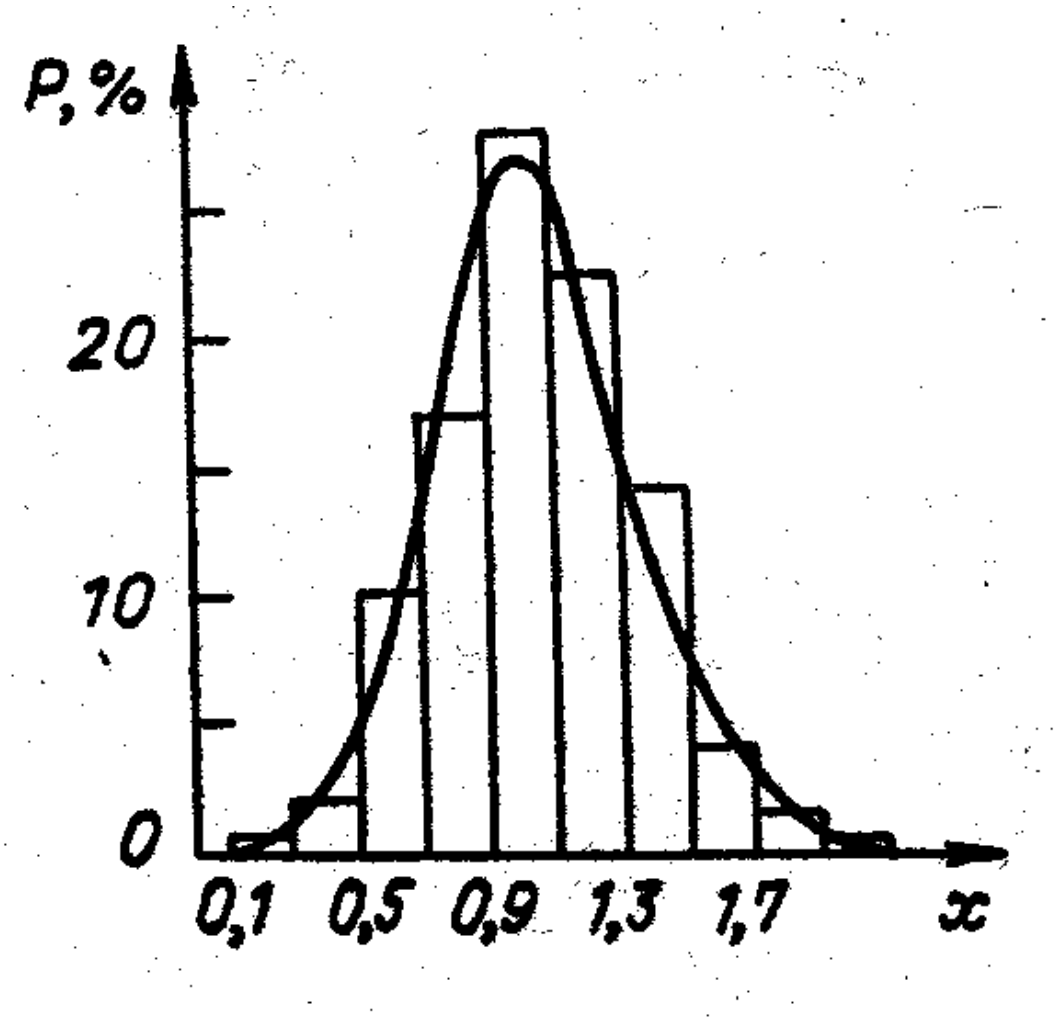


рис. 4.4

Здесь же приведен график расчетной вероятности

$$P_{0,2}(x) = \int_{x-0,1}^{x+0,1} f(x')dx' ,$$

построенный для того же значения a_0. В целом сопоставление расчетных распределений и гистограмм распределений экспериментальных значений дает подтверждение правильности гипотезы о рэлеевском характере замираний на закрытых трассах и о распределении амплитуды поля, соответствующем модифицированному рэлеевскому закону – закону Райса на открытых трассах в условиях города. Анализ результатов экспериментов также показывает, что с увеличением расстояния между пунктами, но при сохранении прямой видимости между ними, отношение $a = \left(< A > / \sigma_A \right)^2$ убывает и распределение Райса постепенно переходит в распределение Рэлея, характерное для закрытых трасс.

Медленные пространственные замирания и усредненные по участкам протяженностью 20-30 м значения амплитуд хорошо описываются логарифмически нормальным распределением со стандартным отклонением, зависящим от рельефа местности и типа городской застройки. Стандартное отклонение мед-

ленных замираний не превышает 4,5 дБ для центральных районов города и 0,5-1 дБ для пригорода. Для городов с пересеченным рельефом местности стандартное отклонение больше, чем для городов с равнинной местностью, и может достигать 10 дБ.

В условиях города пространственное распределение напряженности поля практически однозначно определяет свойства временных флуктуаций сигнала, принимаемого движущимся пунктом, так что масштабы временной и пространственной корреляции связаны через скорость движения. Чисто временные флуктуации амплитуды поля достигают 20-25 дБ при нахождении подвижного «возмущающего объекта» (транспорт, люди) в ближней зоне приемной антенны и не превышают 3 дБ в случае интенсивных транспортных потоков, находящихся в дальней зоне приемной антенны, для метрового и дециметрового диапазонов длин волн. С увеличением частоты (сантиметровый диапазон) глубина временных флуктуаций возрастает и в зависимости от метеорологических условий может достигать 10-13 дБ.

4.2 Зависимость средней мощности сигнала от расстояния

Одна из фундаментальных проблем в изучении распространения радиоволн состоит в описании процесса ослабления мощности сигнала при удалении приемной станции от передатчика.

Практически наиболее важным является случай, когда антенна базовой станции поднята достаточно высоко над городом, а подвижный объект, с которым осуществляется связь, расположен вблизи поверхности земли. К настоящему времени накоплен обширный экспериментальный материал для этого случая. Пространственное распределение напряженности поля в городских условиях у поверхности земли отличается крайней нерегулярностью. Сигналы, передаваемые между центральной станцией и подвижным пунктом, подвержены глубоким замираниям, причем соседние максимумы расположены на расстояниях порядка длины несущей волны. Обширные затенения, создаваемые строениями, практически исключают возможность прямого прохождения сигнала, поэтому его затухание значительно больше, чем в свободном пространстве.

На рис. 4.5 [4] приведены примеры зависимости средней мощности

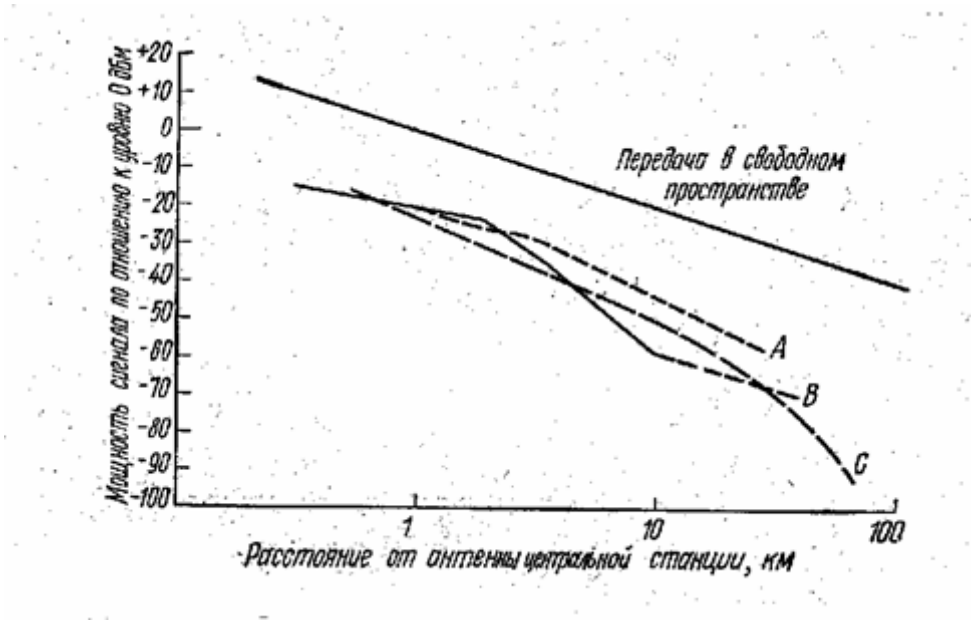


рис. 4.5

сигнала от расстояния для частот, близких к 900 МГц, измеренной независимо в Филадельфии (кривая А), Нью-Йорке (кривая В) и Токио (кривая С) при высотах антенн базовой станции, близких к h_b=140м, и мобильных станциях на высоте h_m=3м. Для сравнения там же приведена зависимость мощности при распространении в свободном пространстве. Измерения показали следующие особенности: резкое падение медианного значения мощности сигнала с увеличением расстояния и большое затухание сигнала по сравнению с соответствующим затуханием в свободном пространстве. Измерения позволяют считать, что мощность сигнала примерно одинаково изменяется в различных городах.

Скорость уменьшения уровня сигнала с расстоянием не изменяется существенно с увеличением высоты антенны центральной станции. Однако подъем антенны приводит к заметному уменьшению затухания на всех расстояниях. Наиболее полные и систематизированные экспериментальные

данные получены Окамурой в Токио [42]. Результаты этих измерений при различных высотах базовой антенны представлены на рис. 4.6.

Медианное значение мощности сигнала в городских условиях при различных высотах антенн; $f=922$ МГц; $h_m=3$ м;

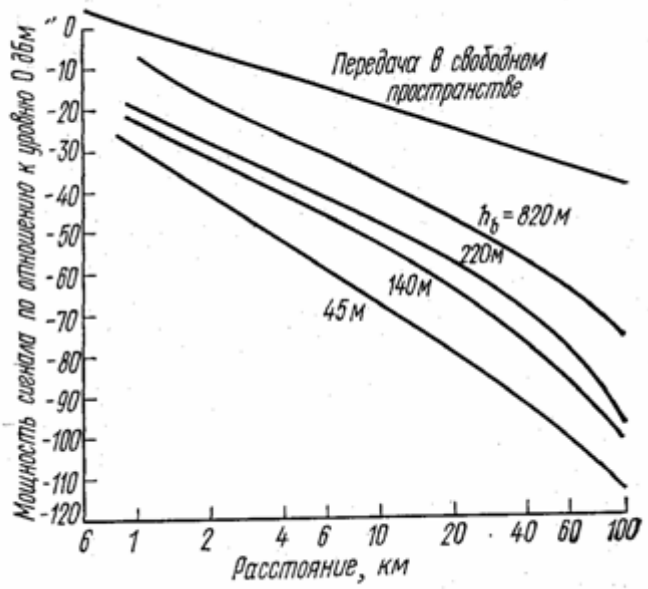


рис. 4.6

Зависимость затухания медианного значения мощности относительно свободного пространства от расстояния, измеренная Окамурой, приведена на рис. 4.7

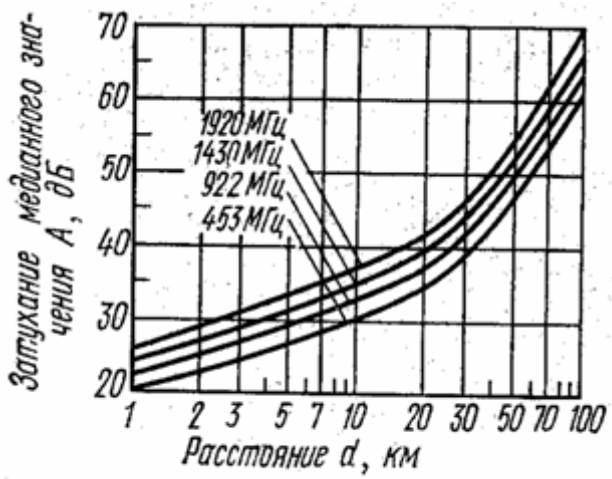


рис. 4.7.

Измерения проводились на частотах 452, 922, 1430, и 1920 МГц при высоте антенны базовой станции 140 м. При увеличении расстояния до 15 км мощность сигнала относительно ее значения в свободном пространстве падает со скоростью, примерно пропорциональной расстоянию до антенны центральной станции. Последующее увеличение этого расстояния приводит к более быстрому уменьшению уровня сигнала. Затухание резко усиливается, если расстояние превышает 40км, что вызвано уходом за радиогоризонт.

4.3 Зависимость средней мощности сигнала от частоты

Как видно из рис. 4.7, затухание сигнала в городских районах возрастает с увеличением его частоты.

Обработка экспериментальных данных Окамуры приводит к степенной зависимости медианного значения мощности сигнала от частоты

$$P \approx \alpha \cdot f^{-n}.$$

Зависимость медианного значения мощности сигнала от частоты в городских условиях

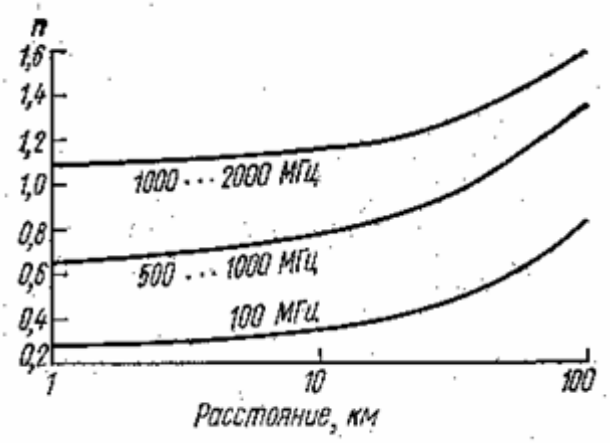


рис. 4.8

Показатель степени n изменяется с расстоянием как показано на рис.4.8. Из приведенных здесь кривых следует, что n сохраняет примерно постоянное значение для расстояний от центральной станции, не превышающих 10 км. При дальнейшем увеличении расстояния уменьшение мощности сигнала с частотой становится более быстрым.

На рис.4.9 представлены зависимости медианного значения затухания по отношению к свободному пространству от частоты, полученные Окамурой для случая квазигладкого города при h_b=200м и h_m=3м.

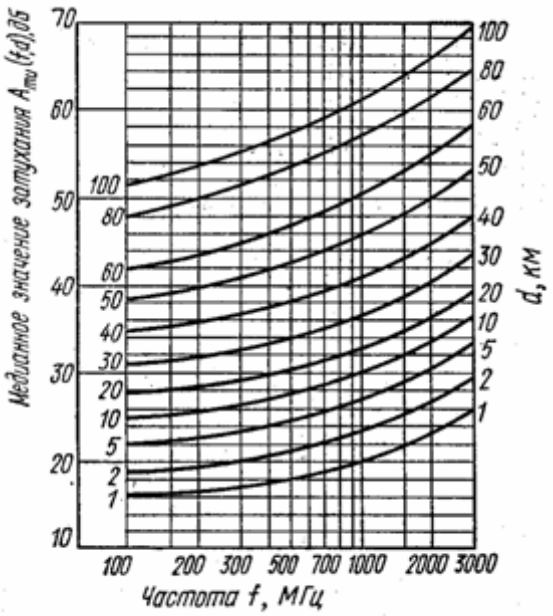


Рис. 4.9

4.4 Влияние высоты антенн станций

В своих экспериментах Окамура обнаружил, что изменение напряженности поля принимаемого сигнала с

расстоянием и ***высотой базовой станции*** остается по существу одинаковым для всех частот в диапазоне от 200 до 2000 МГц. Для расстояний между антеннами менее 10 км мощность принимаемого сигнала изменяется почти пропорционально квадрату высоты антенны центральной станции. При очень больших высотах антенны центральной станции и больших расстояниях (более 30 км) мощность принимаемого сигнала становится почти пропорциональной кубу высоты антенны.

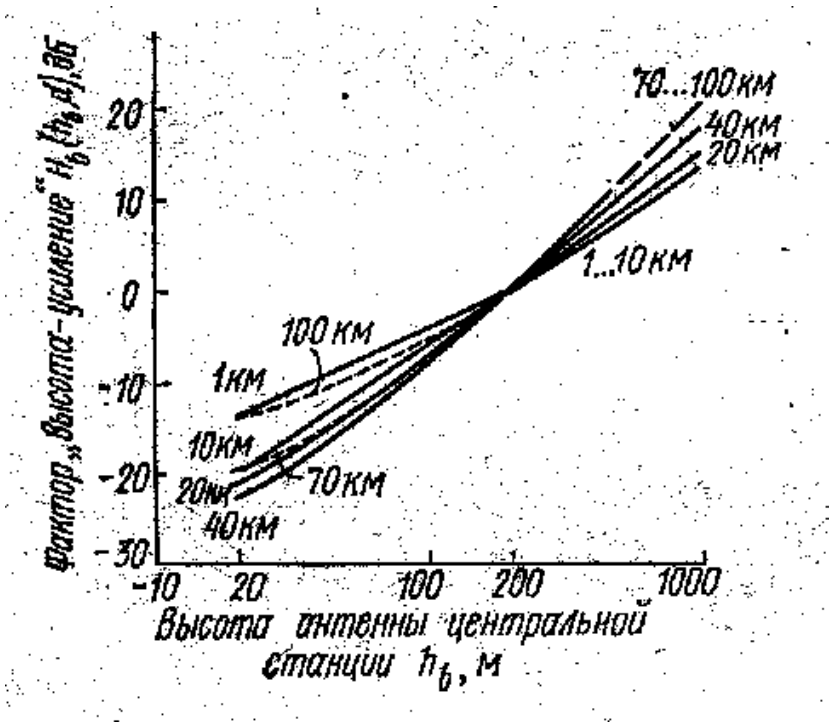


рис. 4.10

На рис. 4.10 представлено семейство кривых, позволяющих оценить изменение мощности принимаемого сигнала (называемое часто фактором «высота – усиление) при увеличении высоты антенны центральной станции. Параметром служит расстояние между антеннами. Рассчитанные теоретически зависимости медианного значения мощности принимаемого сигнала нормированы к мощности при высоте антенн $h_b = 200м$ и $h_m = 3м$. Они могут использоваться для частот в диапазоне от 200 до 2000 МГц.

В экспериментах исследовалось также влияние ***высоты антенны на подвижном пункте***. В широком диапазоне частот Окамура наблюдал возрастание фактора «высота – усиление» на 3 дБ для трехметровой антенны по сравнению с полутораметровой.
Зависимости фактора «высота – усиление» для рассматриваемого случая в городском районе представлены на рис. 4.11.

4.5 Особенности приема сигналов внутри помещений

Прием сигналов от удаленного внешнего источника внутри здания можно прогнозировать только в самых общих чертах . Помимо условий распространения радиоволн от передатчика к приемнику, определяемых высотой расположения пунктов, плотностью и характером застройки, на уровень сигнала существенным образом влияет конструкция здания и материал, а также положение приемника внутри здания. Учет всех этих обстоятельств практически не возможен, так как внутри одного и того же помещения возможны такие расположения приемной аппаратуры, при которых прием может быть как хорошим, так и плохим, а иногда и совсем отсутствовать. Сложный интерференционный характер поля внутри помещения порождает резкие перепады в уровне принимаемого сигнала, превышающие зачастую 20 дБ, даже при небольшом перемещении приемника. Изменение частоты сигнала приводит к перераспределению полей, так что приемлемое ранее расположение

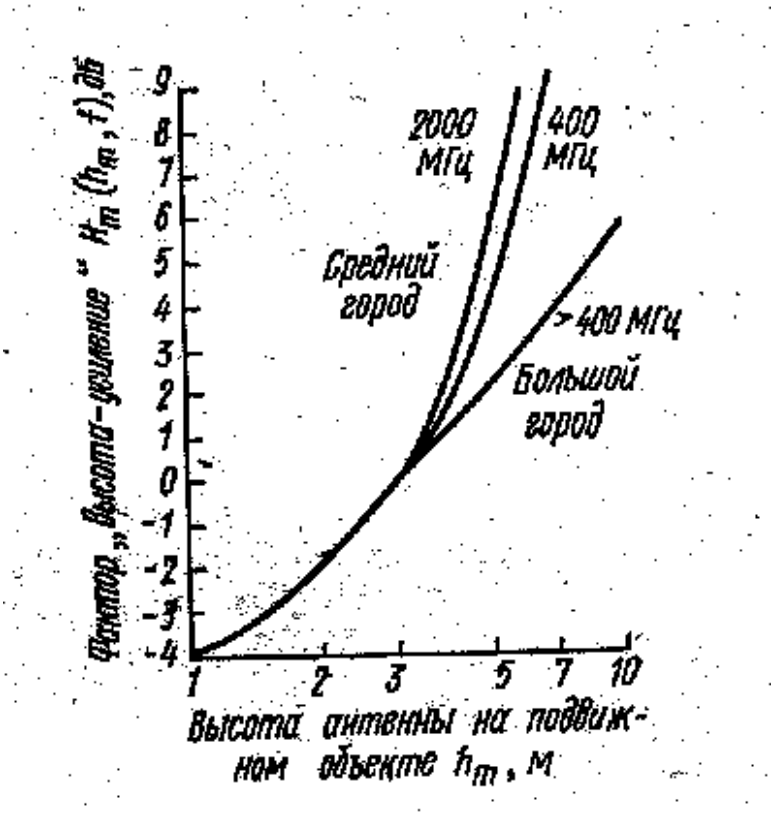


Рис. 4.11

аппаратуры может оказаться совершенно неудачным. Результаты измерений, приведенные в различных работах, трудно сопоставимы и могут казаться противоречивыми, если не учитывать крайнюю чувствительность

пространственной интерференционной картины поля внутри помещения к изменению каких-либо условий передачи или приема сигнала.

Ослабление сигнала при прохождении внутрь зданий (сравнение уровня сигнала внутри здания с уровнем сигнала вне его на той же высоте) определялось Райсом на частотах 35 и 150 МГц. По оценкам "потери проникновения" составляют в среднем 22-24 дБ при среднеквадратическом отклонении 12-14 дБ. Отмечается также, что изменения, превышающие 20 дБ, иной раз наблюдаются при разнесении точек всего на несколько шагов. В целом же пространственные флуктуации сигнала в пределах одного этажа подчиняются логарифмически нормальному распределению. Наибольшее ослабление сигнала наблюдалось на первом этаже.

Измерения, выполненные Шеффердом в Вашингтоне на частотах 150, 450 и 900 МГц, указывают на почти линейную зависимость среднего уровня сигнала внутри здания от высоты расположения приемного пункта. Сравнивается средний уровень сигнала внутри здания последовательно на разных этажах с амплитудой сигнала на улице вблизи здания на высотах 1-1,5 м над поверхностью земли. На первом этаже сигнал внутри здания был ослаблен на 35 дБ на частоте 150 МГц. При поднятии приемного устройства внутри здания ослабление в среднем уменьшалось до 8 дБ на четырнадцатом этаже. На частотах 450 и 900 МГц соответствующие значения были близки и равнялись 28 дБ на первом и 0 дБ на четырнадцатом этажах.

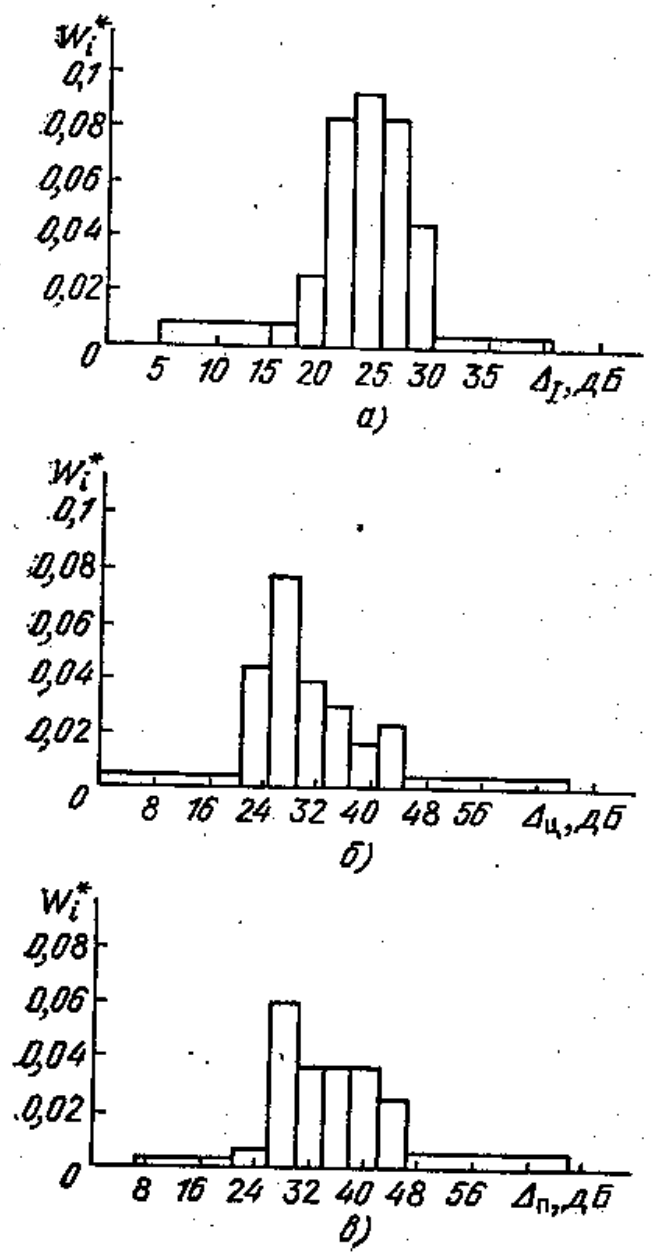
Высотная зависимость ослабления внутри здания существенно зависит от высоты и плотности застройки. Измерения, выполненные Дьюрантом в Чикаго и Шаумбурге, где антенна базовой станции устанавливалась на высоте примерно 50 м над поверхностью земли на открытом месте (большей частью присутствовал прямой сигнал в точке приема на улице), подтвердили на частоте 900 МГц близкую к линейной высотную зависимость ослабления внутри здания (25 дБ на первом и 0 дБ на двенадцатом этажах) относительно уровня сигнала, зарегистрированного вблизи здания на улице. В то же время измерения в Манхеттене, где высота поднятия антенны была около 180 м (но в окрестности базовой станции в пределах полумили было мног о высотных зданий, создававших затенения в направлении на приемник, дают меньшее значение высотного градиента ослабления: 22 дБ на первом и 6 дБ на двадцатом этажах. Отмечается, что высота приемного пункта была еще недостаточна для выхода из тени, создаваемой окружающими зданиями. Здания в Манхеттене были 20-80-этажные, в Чикаго - 8-16-этажные. "Потери проникновения" внутрь здания во всех случаях составляли от 10 до 30 дБ, но, как правило, на нижних этажах были больше (18-30 дБ). Распределение амплитуды сигнала было близким к логарифмически нормальному.

Эксперименты по определению затухания УКВ внутри зданий описаны также в книге [39]. Для измерений выбирались здания с известным уровнем напряженности поля снаружи на уровне 1,5 м от земли. Измерения в помещениях с помощью приемника-анализатора позволили получить значительную выборку затуханий поля УКВ, проникающего в помещения здания, каждое значение которой определялось как

$$\Delta = 20\lg(E_{ул}/E_{зд}), \qquad (4.7)$$

где $E_{ул}$ - медианный уровень напряженности поля снаружи здания уровне 1,5 м от земли, $E_{зд}$ - медианный уровень напряженности поля внутри помещений зданий на уровне 1 м от пола.

Статистическую обработку выборок затуханий проводили для каждого



Гистограммы накопительной частности величины затуханий уровня электромагнитного поля УКВ (174 МГц) при проникновении в помещения зданий: *а* – первых этажей; *б* – цокольных этажей; *в* - в подвальные

рис. 4.12

вида помещений (первых и цокольных этажей, подвальных помещений) отдельно по классической схеме: полученные n результатов по оценке затуханий для каждого типа помещений зданий группировали в N интервалов $\sigma_i = \Delta_{i-1} - \Delta_i$ и определяли их среднюю величину $\Delta_{icc} = (\Delta_{i-1} + \Delta_i)/2$, число

отсчетов в каждом i-м интервале и его относительную величину (частность) $p_i = n_i / n$. Далее определяли плотность частности $W_i^* = p_i / \sigma_i$.

На рис 4.12 представлены соответствующие гистограммы. Из приведенных графиков видно, что порядки величин "потерь проникновения" вполне соответствуют данным зарубежных авторов. Четко прослеживается также тенденция уменьшения относительного затухания при подъеме на более высокие этажи.

Во всех экспериментальных работах отмечается относительно слабая зависимость "потерь проникновения" от частоты сигнала для частот выше 30 МГц.

К настоящему времени нет удовлетворительных методов расчета среднего ослабления поля при проникновении его внутрь здания. Обращение к многослойным диэлектрическим структурам не порождает каких-либо надежд. Подгонка квадратичной формулы Введенского путем введения в нее эмпирических коэффициентов также не представляется перспективной, поскольку не может быть физически разумно истолкована.

Естественно предположить, что в среднем высотная зависимость поля внутри здания должна соответствовать высотной зависимости поля вне здания, отличаясь от нее на некоторый коэффициент. Это подтверждается качественным сопоставлением высотной зависимости в описанных работах с высотной зависимостью медианного значения напряженности поля в городе, установленной в общих чертах экспериментально [42,43].

5. Статистические модели, основанные на непосредственном обобщении опытных данных

В настоящее время существует целый ряд математических моделей, дающих возможность рассчитать усредненное значение принимаемой в городских условиях мощности в зависимости от различных параметров, характеризующих конкретные условия мобильной связи. Большинство из них являются почти полностью эмпирическими.

5.1 Эмпирические графики Окамуры

Исторически одними из первых явились эмпирические графики полученные Окамурой и позволяющие определить медианное значение сигнала в условиях статистически однородного города, а также в какой-то степени учесть те или иные особенности данного города или отдельных городских районов [43]. В этой модели для вычисления медианного значения мощности сигнала, принимаемого антенной подвижного объекта в городских условиях, предлагается использовать следующее уравнение, в котором все величины прииведены в децибеллах [4]:

$$P_p = P_0 - A_m(f,d) + H_b(h_b,d) + H_m(h_m,f), \qquad (5.1)$$

где P_p - вычисленное значение искомой мощности принимаемого сигнала; P_0 - его мощность при передаче в свободном пространстве (см. (3.64), (3.65)); $A_m(f,d)$ - фактор изменения медианного значения мощности в городе относительно затухания в свободном пространстве при эффективной высоте антенны центральной станции h_b=200м и высоте антенны на подвижном объекте h_m=3м. Эти значения зависят от расстояния, частоты и могут быть получены из кривых, представленных на рис. 4.9; $H_b(h_b,d)$ - фактор «высота – усиление» в децибелах для центральной станции с h_b=200м, расположенной в городе (этот фактор является функцией расстояния, которая представлена на рис.4.10); $H_m(h_m,f)$ - фактор «высота – усиление» в децибелах для станции на подвижном объекте с h_m=3м, расположенном в городе (этот фактор зависит от частоты и представлен соответствующей кривой на рис .4.11)

Если какой-либо путь распространения радиоволн проходит в различных средах или над территорией, которая не является «квазигладкой», то исходную формулу (5.1) можно видоизменить для учета указанных факторов путем аддитивного добавления одного или нескольких поправочных коэффициентов, получаемых из дополнительных графиков, описанных в [4].

5.2 Модели Бардина-Дымовича и Трифонова.

На основании учета ряда положений о зависимости характеристик распространения от длины волны и соотношения среднего уровня высоты застройки с уровнями подъема передающей и приемной антенн Н.И. Бардин и Н.Д. Дымович [44], базируясь на экспериментальных данных, получили частично обоснованные принципами Гюйгенса и Френеля эмпирические формулы для расчета напряженности поля УКВ, учитывающие размеры улиц и их расположение относительно передающей станции. Принимая во внимание, что практически наиболее интересным является случай достаточно плотной

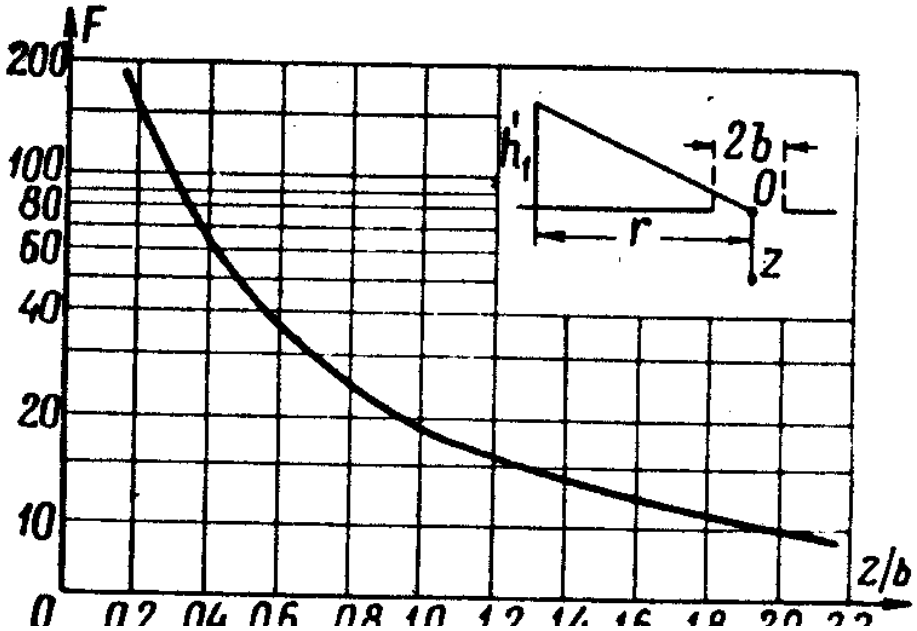


рис.5.1

застройки города, разумно проводить оценку для наихудших условий распространения, т. е. для приема на поперечных улицах (перпендикулярных к линии, соединяющей пункты приема и передачи). В этой модели предполагается, что стены зданий являются абсолютно поглощающими и не оказывают влияния (так же, как и поверхность земли) на напряженность поля в точке приема. Тогда в первом приближении задача определения напряженности поля будет аналогична задаче определения дифракционного поля на широкой щели, прорезанной в плоском экране, образованном крышами домов (рис. 5.1).

Если вектор электрического поля падающей волны параллелен кромке экрана, то необходимо решить скалярное двумерное волновое уравнение с соответствующими граничными условиями. Используя вариационный метод и приближенный способ вычисления быстро осциллирующих интегралов, авторам удалось получить простую формулу для расчета напряженности поля на поперечных улицах

$$E = \frac{0{,}019 h_1'(м)\sqrt{PD(квт)}}{r^2(км)}\sqrt{\frac{\lambda}{Z}}F\left[\frac{мв}{м}\right], \qquad (5.2)$$

где P - мощность, подводимая антенне передатчика к, D - коэффициент усиления антенны, h_1' - высота передающей антенны, отсчитываемая от уровня крыш зданий в месте приема, r - расстояние от исследуемой точки до передающей станции, λ - длина волны, Z - расстояние от приемника до уровня крыш зданий, b - половина ширины улицы, $F(Z/b)$ - дополнительный множитель, определяемый по графику на рис. 5.1. Формула (5.2) записана в предположении $Z >> \lambda$, $b >> \lambda$ и в некоторых случаях дает неплохое согласие с экспериментальными данными [39].

Путем обработки экспериментальных данных для большого города П.М. Трифонову удалось получить формулы для расчета средней напряженности

принимаемого поля в случае, когда приемная антенна расположена на высоте 1,5 м, а передатчик выше крыш домов [45]

$$E = \frac{26{,}1h\sqrt{PD'}}{r}\exp(-0{,}723r)\left[{}^{мкВ}\!/_{м}\right] \text{ для частоты 150 МГц,} \qquad (5.3)$$

$$E = \frac{8{,}7(1{,}1+h)\sqrt{PD'}}{r}\exp(-0{,}723r)\left[{}^{мкВ}\!/_{м}\right] \text{ для частоты 300 МГц} \quad (5.4)$$

где P - мощность, подводимая антенне передатчика, Вт, r - расстояние, км, h - высота подъема передающей антенны над уровнем земли, м, D' - коэффициент направленного действия передающей антенны. Экспериментальная проверка этих соотношений показала, что они дают хорошие результаты только для $r \le 3км$.

5.3 Эмпирическая модель Олсбрука - Парсонса.

По полученным Окамурой графикам различными авторами были выведены аналитические выражения для расчета поля Одной из первых работ на эту тему является исследование, выполненное К. Олсбруком и Дж. Парсонсом [46]. Разработанная ими модель позволяет предсказать так называемые потери передачи L по формулам, приведенным в [56],

$$L = L_F + \left((L_P - L_F)^2 + L_D^2\right)^{1/2} + L_B + \gamma\,, \qquad (5.5)$$

где

$$L_F = 32{,}45 + 20\lg f + 20\lg r \qquad (5.6)$$

потери передачи в свободном пространстве, дБ (f - рабочая частота, МГц; r - расстояние между антеннами базовой и мобильной станций, км); L_P - потери распространения над плоской землей (при необходимости с учетом атмосферной рефракции), дБ; в большинстве случаев они могут быть вычислены по формуле, соответствующей квадратичной формуле Введенского:

- $$L_P = 120 - 20\lg h_m - 20\lg h_b + 40\lg r \qquad (5.7)$$

(h_m и h_b - высоты мобильной и базовой антенн, м); L_D - дифракционные потери, дБ, обусловленные характером рельефа местности под городской застройкой (сферичностью земли, наличием холмистости и т. п.), причем эти потери рассчитываются в предположении отсутствия застройки любым из известных методов;

$$(L_B + \gamma) = 20\lg\left\{\frac{h - h_m}{\sqrt{b\lambda}}\right\} + 16 + \gamma \qquad (5.8)$$

потери, вызванные наличием городской застройки, дБ (λ - длина волны, м; b - эффективная ширина улицы, на которой расположена мобильная антенна, м; h - средняя высота домов вблизи мобильной антенны, м; γ - поправочный коэффициент, зависящий от частоты, причем $\gamma = 0$ для $f \le 200МГц$, а для $f > 200МГц$ определяется по специальному графику [4]).

Для квазиплоского города, когда дифракционные потери равны нулю, основная формула (5.5) упрощается и принимает вид:

$$L = L_P + L_B + \gamma\,. \qquad (5.9)$$

Расчеты по приведенным формулам дают достаточно хорошее совпадение с результатами Окамуры.

5.4 Эмпирические формулы Хаты

Наиболее удачной и подробной является аналитическая модель, полученная М. Хатой [47] как результат прямой аппроксимации кривых Окамуры. Модель Хаты не охватывает всех результатов, полученных Окамурой, и справедлива для квазиплоского города при следующих ограничения

$f = 150\ldots1500\text{МГц}, \quad h_b = 30\ldots200\text{м}, \quad R = 1\ldots20\text{ км}, \quad h_m = 1\ldots10\text{м}.$

В соответствии с этой моделью средние потери передачи выражаются формулой

$$L = 69{,}55 + 26{,}15\lg f - 13{,}82\lg h_b - \alpha(h_m) + (44{,}9 - 6{,}55\lg h_b)\lg r, \qquad (5.10)$$

где $\alpha(h_m)$-поправочный коэффициент, используемый при высоте мобильной антенны h_m, отличной от эталонной, равной 1,5м (в экспериментах Окамуры h_m=3м).

Выражения для $\alpha(h_m)$ получаются различными для крупных и средних городов. Для города средних размеров

$$\alpha(h_m) = (1{,}1\cdot\lg f - 0{,}7)h_m - (1{,}56\lg f - 0{,}8), \qquad (5.11)$$

для крупного города

$$\alpha(h_m) = 3{,}2(\lg 11{,}75 h_m)^2 h_m - 4{,}97. \qquad (5.12)$$

Для потерь передачи в пригороде

$$L_S = L\{\text{город}\} - 2\left(\lg(f/28)^2\right) - 5{,}4. \qquad (5.13)$$

Эти усредненные эмпирические формулы позволяют определить затухание с точностью до 7…17дБ [43].

6. Опытные данные по связи между двумя подвижными пунктами, расположенными вблизи поверхности земли

При связи непосредственно между двумя подвижными пунктами, когда обе антенны расположены на высоте 3-5м у поверхности земли, экранирующее влияние строений проявляется в полной мере. На дальности 1км ослабление уровня сигнала в городе относительно свободного пространства составляет от 20 до 60дБ в диапазоне 0,4-0,9ГГц.

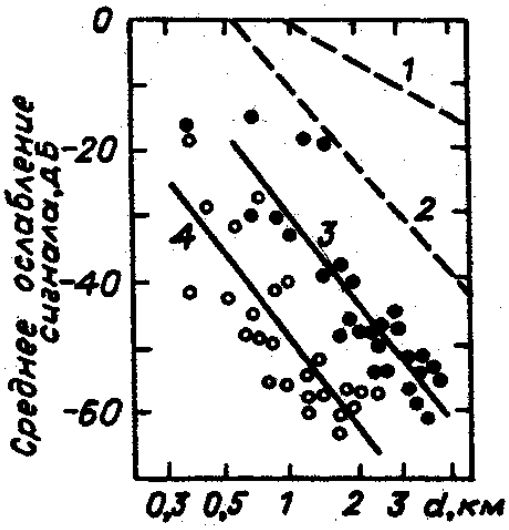


Рис. 6.1

На рис.6.1 приведены данные измерений ослабления сигнала в центральной части Лондона, полученные при связи между двумя подвижными пунктами [48]. Линии *3,4* и относящиеся к ним группы точек представляют результаты, полученные в двух различных районах, при этом в первом случае плотность застройки в окрестности передатчика была гораздо меньше, чем во втором. Для сравнения приведены кривые*1* и *2; 1* характеризует напряженность поля в свободном пространстве, а *2* – над плоской поверхностью земли. Все значения отнесены к напряженности поля в свободном пространстве, определенной на расстоянии 1км от источника излучения. Из сравнения с рис.4.5, 4.6 видно, что в данном случае при связи между двумя подвижными станциями затухание сигнала значительно сильнее, чем при связи с базовой станцией, имеющей высоко поднятую антенну.

Если считать, что мощность сигнала в среднем пропорциональна d^{-n}, то по данным [48, 49] значение n близко к четырем. По другим источникам возможные значения n колеблются от 2 до 6 [50]. В [51,45] приводятся данные об экспоненциальном характере ослабления сигнала с расстоянием d.

7. Статистическая модель Г.А. Пономарева, А.Н. Куликова, Е.Д. Тельпуховского

Кроме чисто эмпирических, имеются статистические модели, вывод которых базируется на аналитическом подходе. Наиболее последовательный из таких подходов предложен в работах Г.А. Пономарева, А.Н. Куликова и Е.Д. Тельпуховского [40]. Суть его заключается в использовании для приближенного расчета интенсивности поля формулы Кирхгофа с геометрооптическим определением «освещенных» отражающих площадок и последующим усреднением по входящим в формулу параметрам городской застройки.

7.1 Статистическая модель городской застройки.

Современные города с точки зрения распространения радиоволн представляют собой столь сложную среду, что ее математическое описание немыслимо без упрощений, определяемых целями конкретной задачи. Необходимо выделить главные факторы, оказывающие решающее влияние на результат расчета.

Для УКВ большинство крупных городских строений практически непрозрачны, их размеры во много раз превышают длину волны. Это приводит к образованию в городе обширных теневых зон, что в значительной степени определяет свойства формирующегося поля.

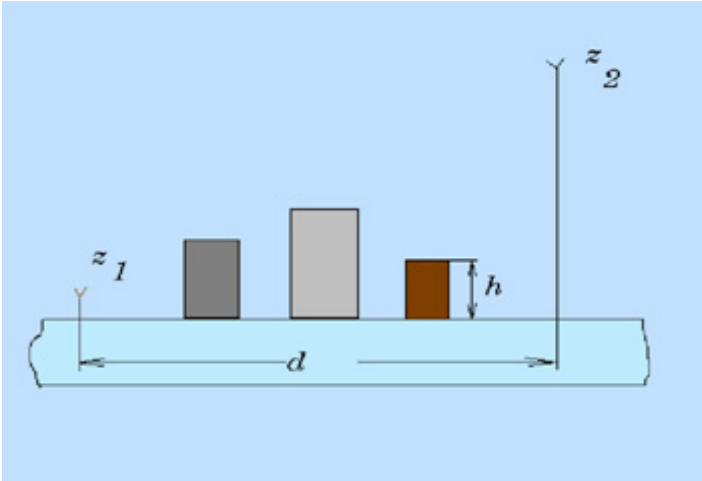


Рис. 7.1

В качестве модели городской застройки примем множество крупных непрозрачных объектов, случайно расположенных на плоской поверхности – поверхности земли (рис. 7.1). Построим декартову прямоугольную систему координат (x,y,z), совместив с поверхностью земли координатную плоскость z=0 (поверхность S_1). Рельеф городской застройки в принятой модели будем описывать резко пересеченной случайной поверхностью, состоящей из поверхностей зданий различной высоты h с вертикальными стенами и плоскими крышами (поверхность S_2). В дальнейшем поверхность S_1 будем считать идеально отражающей, а коэффициент отражения от вертикальных стен предполагать случайной комплексной величиной, фаза которой с равной вероятностью может принимать любые значения на интервале $(0,2\pi)$.

7.2.Вероятность прямой видимости

Как отмечено выше, определяющую роль при распространении УКВ в городе играют затенения, создаваемые зданиями. Поэтому важнейшей величиной является вероятность прямой видимости между приемной и передающей антеннами. Для ее расчета в лучевом приближении сначала рассмотрим пересе-

чения прямых линий, выходящих параллельно поверхности земли из источника, расположенного ниже крыш зданий, со стенами домов. Считая застройку данного района города статистически однородной и изотропной, предположим, что среднее число пересечений на единице длины γ_0 не зависит от координат *x,y* и направления линии. Тогда среднее число пересечений на длине *l* равно $\gamma_0 l$. В [23] выдвигается гипотеза о том, что случайные события, состоящие в пересечении прямой линии от источника со стенами зданий, распределены по закону Пуассона. Тогда вероятность *m* пересечений на отрезке *l* может быть вычислена по формуле [41]

$$P_l(m) = \frac{(\overline{m}_l)^m}{m!} e^{-\overline{m}_l} \qquad (7.1),$$

где

$\overline{m}_l = \gamma_0 l. -$

среднее число пересечений на этом отрезке.

Для проверки применимости сделанных предположений к описанию реальной городской застройки была проведена статистическая обработка топографических планов нескольких однотипных по характеру застройки современных городских районов. Обработка данных топографического плана была проведена с целью определения формы вероятностного распределения $P_l(m)$ по результатам статистических испытаний. Для этого были выбраны районы современной городской застройки, в которых на 1км^2 в среднем приходилось 90 зданий. Средняя длина зданий равнялась 105 м, ширина 15 м, количество этажей менялось от 5 до 14. В выбранных районах не было больших площадей, парков, так что застройку можно было считать примерно однородной с постоянной средней плотностью. В каждом районе выбирались произвольно несколько точек, достаточно далеко отстоящих друг от друга, и эти точки принимались за центры, из которых примерно через 5^0 проводились лучи. Каждый из лучей разбивался на отрезки различной длины, и подсчитывалось число пересечений этих отрезков со зданиями. Описанный способ должен был обеспечить выполнение следующих двух условий: независимость испытаний и равновероятную ориентацию отрезков.

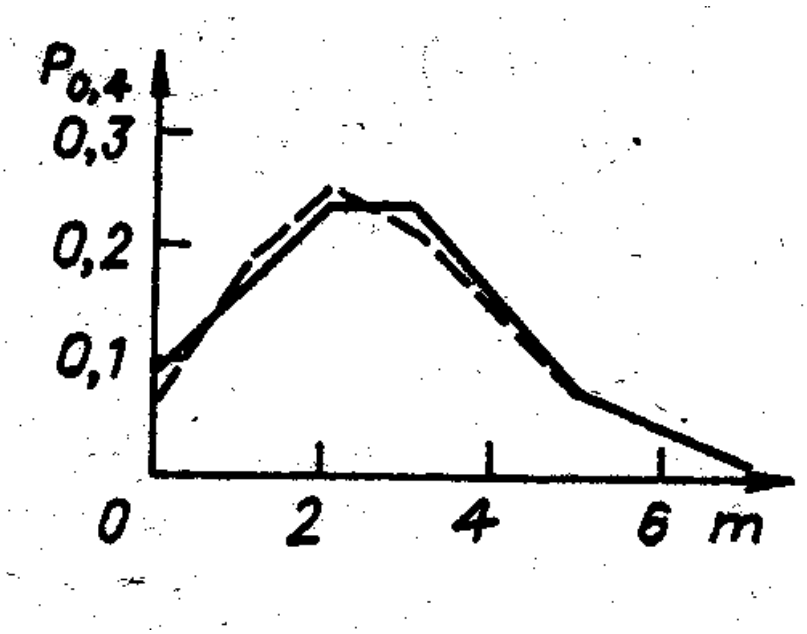


Рис. 7.2

На рис. 7.2 сплошной линией показано в качестве примера распределение $P_l(m)$, полученное по результатам испытаний для l=0,4 км. Для каждого из случаев было найдено среднее число пересечений $\overline{m}_l$ и построено распределение Пуассона с параметром $\overline{m}_l$ (штриховая линия). Как видно, результаты испытаний и расчетные данные качественно хорошо согласуются. Для меньших значений l совпадение не такое хорошее. В итоге можно сделать вывод, что предположение о пуассоновском характере распределения $P_l(m)$ можно считать приемлемым для интервалов, превышающих 0,2 км.

Наиболее важной для последующих расчетов величиной является вероятность прямой видимости между двумя точками, разнесенными на расстояние l. Она совпадает с вероятностью отсутствия пересечений этого отрезка стенами зданий $P_l(0)$.В рассматриваемом случае статистически однородной и изотропной застройки она равна

$$P_l(0) = e^{-\gamma_0 l}. \qquad (7.2)$$

Независимо от описанных испытаний была проведена обработка топографических планов с целью получения значений $P_l(0)$ и сопоставления их с расчетными по (7.2) для значений l как меньших, так и больших 0.2 км.

Результаты показаны на рис. 7.3 в виде отмеченных точками значений величины $-\ln P_l(0)$.Штриховая линия – расчетная. Видно, что в целом результаты испытаний хорошо согласуются с расчетом. Заметные отклонения наблюдаются при l<100 м, что согласуется с предположительной оценкой масштаба корреляции рельефа городской застройки, при превышении которого хорошо работает модель Пуассона.

Из (7.2) следует, что вероятность попадания случайного расстояния между соседними пересечениями прямой горизонтальной линии со стенами домов в

интервал [$l,l+dl$] равна $ce^{-\gamma_0 l}dl$.С учетом нормировки получаем плотность распределения интервалов между пересечениями в виде

$$w_0(l) = \frac{1}{\bar{\rho}}\exp(-\frac{l}{\bar{\rho}}) \qquad (7.3)$$

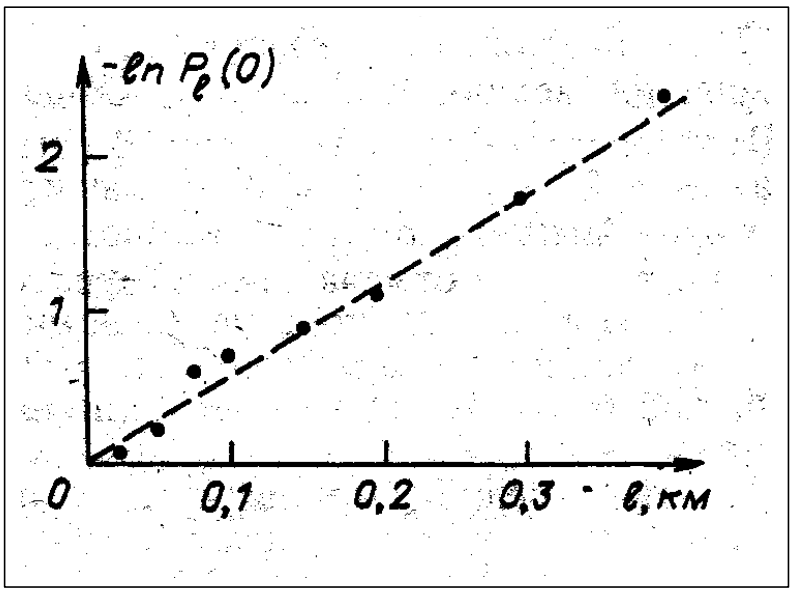


Рис. 7.3

где, как легко проверить,

$$\bar{\rho} = \gamma_0^{-1} \text{ -} \qquad (7.4)$$

среднее расстояние между пересечениями, т.е. средняя горизонтальная дальность прямой видимости в слое городской застройки. Обозначая через $\bar{l}$ масштаб корреляции городского рельефа, можно записать следующее условие, при котором последовательно наблюдаемые пересечения с передними стенами зданий будут практически независимыми: $\bar{l} << \bar{\rho}$. Для выбранных городских районов по результатам статистических испытаний значение $\bar{\rho}$ равно примерно 170 м.

Формула (7.2) позволяет рассчитать в принятом приближении вероятность прямой видимости между двумя точками в слое городской застройки, если задана плотность пересечений γ_0. Однако, для точного расчета γ_0 необходимо детальное описание модели городской застройки, которое бы включало в себя сведения о форме проекций зданий на плоскость z=0 и их взаимном расположении. Если же использовать проверенное выше предположение о статистической независимости двух последовательных пересечений, то можно пренебречь существованием минимального разделяющего интервала. При этом множество случайно расположенных на плоскости z=0 объектов можно заменить при расчете статистических характеристик пересечений множеством плоских отражающих экранов, ортогональных к поверхности земли и расположенных на ней статистически независимо.

Будем считать, что любая ориентация проекций объектов на плоскость z=0 равновероятна, а средние точки проекций образуют множество со средней плотностью ν. Задача расчета γ_0 при этом сводится к задаче расчета среднего числа пересечений отрезка единичной длины, принадлежащего плоскости z=0, со случайно расположенными отрезками – проекциями экранов на эту плоскость.

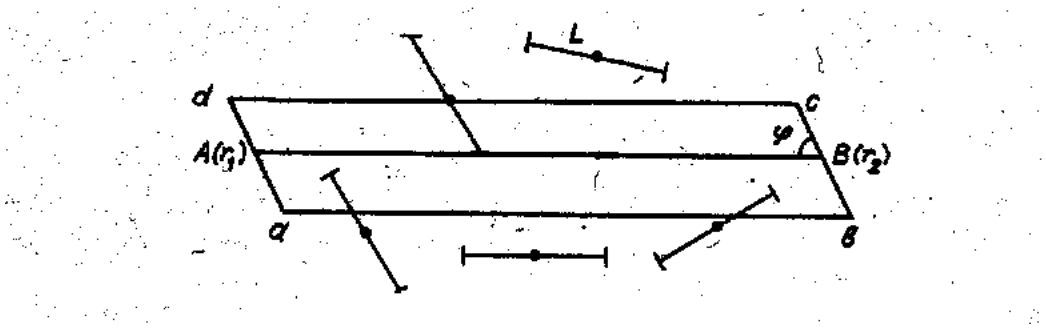


Рис. 7.4

Найдем среднее число пересечений отрезка AB длиной r_{12} (рис. 7.4) с множеством случайно расположенных отрезков – проекций, длины которых также будем считать случайными, независимыми и одинаково распределенными с плотностью $w(L)$. Среднее число произвольно ориентированных экранов с длиной в интервале $[L, L+dL]$ на единичной площади равно

$$\nu w(L)dL \ .$$

Среднее число экранов в этом интервале длин на единичной площади, ориентированных в интервале углов от φ до $\varphi + d\varphi$ при равномерном распределении по φ выражается так

$$\nu w(L)dL\frac{d\varphi}{2\pi}.$$

Площадь параллелограмма, в который должен попасть центр выбранного экрана, чтобы с ним было пересечение, равна

$$r_{12}L|\sin\varphi| \ .$$

Тогда среднее число пересечений отрезка AB с экранами в выбранном интервале длин и углов ориентации имеет вид

$$\frac{\nu L}{2\pi}w(L)r_{12}|\sin\varphi|dLd\varphi \ .$$

Окончательно, среднее число пересечений этого отрезка с экранами любой длины и ориентации получается интегрированием и выглядит так

$$\frac{\nu r_{12}}{\pi}\int_0^\infty Lw(L)dL\int_0^\pi \sin\varphi d\varphi = \frac{2\nu\langle L\rangle}{\pi}r_{12} \ ,$$

где $\langle L\rangle$ - средняя длина экранов. После этого по определению γ_0 можно записать

$$\gamma_0 = \frac{2\nu\langle L\rangle}{\pi}. \qquad (7.5)$$

Отметим, что средняя горизонтальная дальность прямой видимости в слое городской застройки $\bar{\rho}$, рассчитанная по (7.4), (7.5) при ν=90 км$^{-2}$ и $\langle L\rangle$=0.105

км, оказывается равной 166 м, что согласуется со значением $\overline{\rho}$, полученным по результатам статистических испытаний для реальных городских районов.

Таким образом, из (7.2) следует, что если оба пункта расположены ниже крыш зданий, вероятность прямой видимости между ними равна

$$P(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \exp\left(-\gamma_0 \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}\right). \qquad (7.6)$$

Эту формулу нетрудно обобщить на случай, когда один из пунктов расположен выше крыш. Считая для простоты, что все дома имеют одинаковую высоту h, запишем проекцию на плоскость земли той части линии, соединяющей пункты, что проходит ниже крыш

$$\frac{h - z_1}{z_2 - z_1} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2},$$

где $0 < z_1 < h$ и $z_2 > h$. Тогда вероятность прямой видимости между этими пунктами будет иметь вид

$$P(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \exp\left(-\gamma_0 \frac{h - z_1}{z_2 - z_1} \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}\right). \quad (7.7)$$

Отсюда следует, что средняя дальность $\overline{\rho}_{12}$ прямой видимости, равная

$$\overline{\rho}_{12} = \left(\gamma_0 \frac{h - z_1}{z_2 - z_1}\right)^{-1}, \qquad (7.8)$$

значительно увеличивается при подъеме второго пункта над крышами зданий.

7.3 Средний размер незатененных участков поверхностей зданий.

Предположим, что точка $\vec{r}_2$ принадлежит отражающей поверхности здания, которую будем рассматривать как плоский вертикально установленный на поверхности земли экран конечных размеров. Пусть между точками $\vec{r}_1(x_1, y_1, z_1)$ и $\vec{r}_2(x_2, y_2, z_2)$ есть прямая видимость. Очевидно, что при этом также будет прямая видимость на все точки отражающей поверхности, расположенные над точкой $\vec{r}_2$ (т. е. на точки $(x_2, y_2, z\ )$) при условии, что $z>z_2$. Если из точки $\vec{r}_1$ будет виден горизонтальный отрезок длиной *l*, то будет просматриваться и вертикальная полоса шириной *l* над этим отрезком (рис. 7.5).

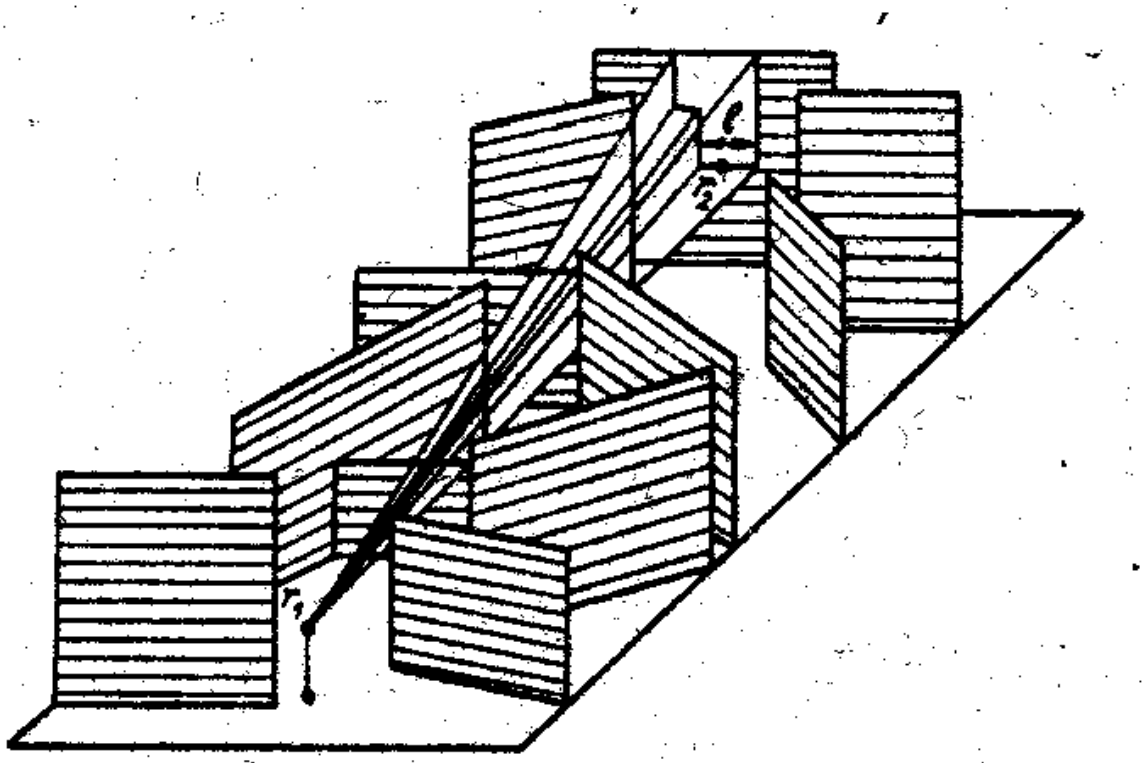


рис.7.5

Подсчитаем вероятность того, что из точки $A(\vec{r}_1)$ будет виден горизонтальный отрезок длиной *l*, содержащий точку $B(\vec{r}_2)$. Для расчета воспользуемся уже описанным модельным представлением о множестве случайно размещенных на поверхности земли вертикальных плоских экранов, создающих затенения (см. рис. 7.5). Пусть отражающий экран. на котором выбрана точка *B*, расположен под углом ψ к отрезку *AB* (см. рис. 7.6).

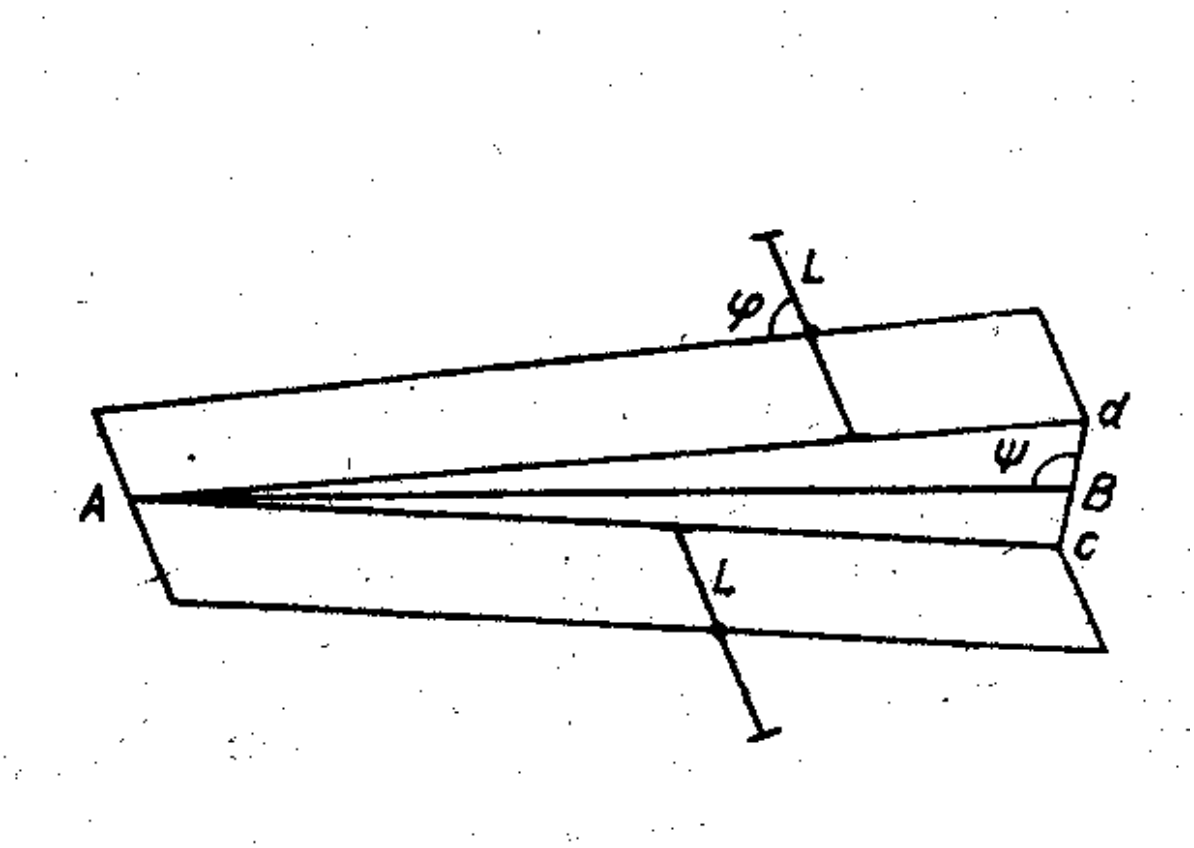


рис. 7.6

Выделим подмножество затеняющих экранов длиной L, ориентированных под углом φ к AB. Когда все экраны одинаковой высоты, или точки A и B выбраны на небольшой высоте у поверхности земли, отрезок cd длиной l не будет даже частично затеняться, если в изображенную на рис. 7.6 фигуру не попадет своей средней точкой ни одна проекция затеняющего экрана. Фигура состоит из двух параллелограммов и треугольника. При $l << r_{12}$ площадь этой фигуры приближенно равна

$$L|\sin\varphi|r_{12} + \frac{r_{12}l}{2}|\sin\psi| .$$

При пуассоновском распределении вероятность незатенения всего отрезка cd определяется средним числом пересечений случайно расположенных экранов с границами треугольника Acd. Для подсчета среднего числа пересечений с одинаково ориентированными экранами достаточно умножить указанную площадь на поверхностную плотность центров экранов ν. Далее нужно выполнить усреднение, как в **7.2**, по длинам экранов и по φ в интервале от 0 до 2π. В итоге среднее число пересечений границ треугольника с любыми экранами окажется равным

$$\frac{2\nu\langle L\rangle}{\pi} r_{12} + \nu\frac{r_{12}l}{2}|\sin\psi| .$$

Окончательно вероятность увидеть весь отрезок cd из точки A имеет вид

$$P_{cd} = \exp(-\gamma_0 r_{12})\exp(-\nu\frac{r_{12}l}{2}|\sin\psi|) . \qquad (7.9)$$

Первый множитель в (7.9) представляет собой вероятность незатенения точки B относительно A и аналогичен (7.6). Поэтому вероятность того, что случайная длина незатененного отрезка cd попадает в интервал $[l,l+dl]$ при условии, что точка B не затенена, равна $c_1\exp(-\frac{r_{12}l}{2}|\sin\psi|)dl$. С учетом нормировки получаем аналогично (7.3) выражение для

условной плотности вероятности случайной длины l незатененного отрезка, удаленного от точки A на расстояние r_{12} и ориентированного под углом ψ к AB

$$w(l) = \frac{\nu r_{12}}{2}\left|\sin\psi\right| \exp\left(-\frac{\nu r_{12}}{2} l\left|\sin\psi\right|\right). \qquad (7.10)$$

Отсюда нетрудно получить значение среднего горизонтального размера незатененных участков поверхностей зданий

$$\bar{l} = 2\left(\nu r_{12}\left|\sin\psi\right|\right)^{-1}. \qquad (7.11)$$

Выведенные соотношения нетрудно обобщить на случай, когда точка A поднята выше крыш домов высоты h. При этом в соответствии с (7.7) увеличивается вероятность прямой видимости между точками A и B и получается следующее выражение для вероятности незатенения отрезка cd относительно точки A

$$P_{cd} = \exp(-\gamma_0 \frac{h - z_2}{z_1 - z_2} r_{12}) \exp(-\nu \frac{r_{12} l}{2}\left|\sin\psi\right|). \qquad (7.12)$$

Формулы (7.10), (7.11) имеют в этом случае тот же вид.

7.4 Модифицированный метод Кирхгофа, учитывающий затенение поверхностей городских зданий.

В соответствии с принятой в **7.1** моделью городской застройки нам предстоит рассчитать рассеяние поля излучения базовой станции на сложной поверхности. Опираясь на тот факт, что размеры всех зданий значительно превосходят длину волны излучения, будем использовать известный метод Кирхгофа .Для этого нужно сначала получить некоторые важные общие соотношения.

7.4.1 *Интегральная форма волнового уравнения.*

Запишем известную теорему Гаусса

$$\iiint_V \frac{\partial u_i}{\partial x_i} dV = \oiint_S u_n ds ,$$

где $\vec{n}$ - внешняя нормаль к замкнутой поверхности *S*, ограничивающей объем *V*. Выберем вектор $u_i = u\dfrac{\partial v}{\partial x_i}$. При этом теорема Гаусса принимает вид

$$\iiint_V \left(\frac{\partial u}{\partial x_i}\frac{\partial v}{\partial x_i} + u\frac{\partial^2 v}{\partial x_i \partial x_i} \right) dV = \oiint_S u\frac{\partial v}{\partial n} ds .$$

Выбирая аналогично $u_i = v\dfrac{\partial u}{\partial x_i}$, получим

$$\iiint_V \left(\frac{\partial v}{\partial x_i}\frac{\partial u}{\partial x_i} + v\frac{\partial^2 u}{\partial x_i \partial x_i} \right) dV = \oiint_S v\frac{\partial u}{\partial n} ds .$$

Вычитание дает теорему Грина

$$\iiint_V \left(u\nabla^2 v - v\nabla^2 u \right) dV = \oiint_S \left(u\frac{\partial v}{\partial n} - v\frac{\partial u}{\partial n} \right) ds . \qquad (7.13)$$

Компоненты поля монохроматического излучения в свободном пространстве удовлетворяют волновому уравнению Гельмгольца

$$\left(\nabla^2 + k^2 \right) u = J(\vec{r}) , \qquad (7.14)$$

где $k = \omega/c$, ω -циклическая частота, *c*- скорость света в вакууме, *J*-функция, описывающая объемные источники.

Пусть $v(\vec{r})$ - вспомогательное поле точечного источника, удовлетворяющее уравнению

$$\left(\nabla^2 + k^2 \right) v = \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) . \qquad (7.15)$$

Подставляя в (7.13) операторы Лапласа из (7.14), (7.15), получим

$$\iiint_V \left[u\left[-k^2 v + \delta(\vec{r} - \vec{r}_0) \right] - v(-k^2 u + J(\vec{r})) \right] dV = -\oiint_S \left(u\frac{\partial v}{\partial n} - v\frac{\partial u}{\partial n} \right) ds ,$$

где выбрана внутренняя нормаль к замкнутой поверхности.

Учитывая, что

$$v(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} ,$$

и фильтрующее свойство δ-функции, получаем интегральное уравнение для искомого поля

$$u(\vec{r}_0) = -\frac{1}{4\pi}\iiint_V \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} J(\vec{r}) d^3\vec{r} + \frac{1}{4\pi}\oiint_S \left[u(\vec{r})\frac{\partial}{\partial n}\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|} - \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r} - \vec{r}_0|}\frac{\partial u(\vec{r})}{\partial n} \right] ds . \qquad (7.16)$$

Первое слагаемое в этой формуле имеет смысл падающего на замкнутую поверхность поля $u_I(\vec{r}_0)$. Все источники падающего поля в нашем случае находятся внутри замкнутой поверхности S (городская застройка не прозрачна). Поэтому [52]

$$\frac{1}{4\pi}\oiint_S \left[u_I(\vec{r})\frac{\partial}{\partial n}\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} - \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}\frac{\partial u_I(\vec{r})}{\partial n}\right] ds = 0 . \qquad (7.17)$$

Вычитая (7.17) из (7.16), приходим к формуле

$$u(\vec{r}_0) = u_I(\vec{r}_0) + \frac{1}{4\pi}\oiint_S \left[[u(\vec{r}) - u_I(\vec{r})]\frac{\partial}{\partial n}\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|} - \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_0|}}{|\vec{r}-\vec{r}_0|}\frac{\partial[u(\vec{r}) - u_I(\vec{r})]}{\partial n}\right] ds . \qquad (7.18)$$

7.4.2 *Приближение Кирхгофа. Поле однократного рассеяния.*

Выберем замкнутую поверхность S так, чтобы она включала в среднем плоскую случайную поверхность городской застройки S_0, дополненную частью плоскости S', и полусферу $C_{R'}$. (Рис. 7.7).

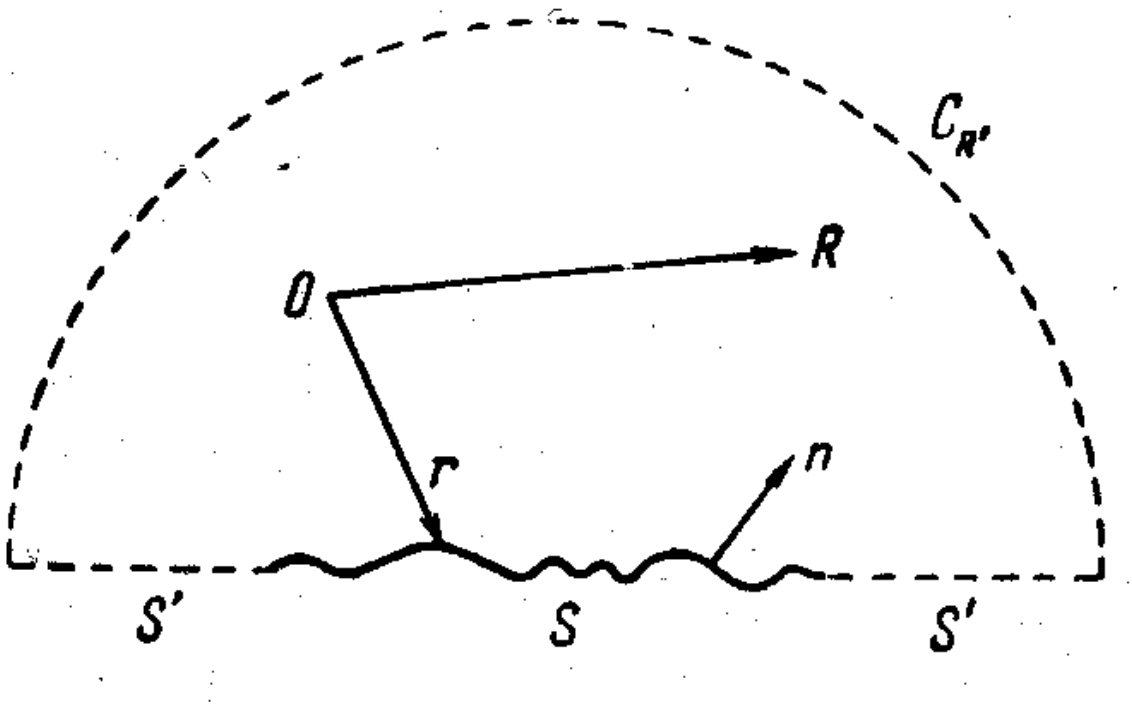


Рис.7.7

В приближении Кирхгофа [52] поле $u(\vec{r})$ на поверхности S' можно считать совпадающим с падающим невозмущенным полем $u_I(\vec{r})$. При этом в (7.18) интеграл по поверхности S' равен нулю. Что же касается интеграла по полусфере $C_{R'}$, то при достаточно большом радиусе полусферы этим интегралом можно пренебречь, если принять во внимание условие излучения, которое обеспечивается хотя бы малым поглощением в среде. Таким образом, в (7.18) остается только интеграл по поверхности городской застройки S_0.

Если излучатель базовой или мобильной станции можно рассматривать как точечный источник, расположенный в точке $\vec{r}_1$ ($J(\vec{r}) = \delta(\vec{r} - \vec{r}_1)$), то

$$u_I(\vec{r}) = -\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_1|}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}.$$

Случайная поверхность городской застройки S_0 состоит из плоской (z=0) хорошо проводящей поверхности земли S_1 и поверхностей зданий S_2. Отражение падающей и рассеянных на городских зданиях волн от плоскости z=0 может быть учтено введением вместо поля точечного источника $-\frac{1}{4\pi}\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_1|}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|}$ функции Грина для полупространства [13, 40]

$$G(\vec{r},\vec{r}_1) = -\frac{1}{4\pi}\left\{\frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_1|}}{|\vec{r}-\vec{r}_1|} - \frac{e^{ik|\vec{r}-\vec{r}_1'|}}{|\vec{r}-\vec{r}_1'|}\right\}, \qquad (7.19)$$

где $\vec{r}_1'$ - радиус-вектор точки, зеркальной с $\vec{r}_1$ относительно поверхности z=0. Такое предположение эквивалентно допущению о полном отражении с изменением фазы волны на π (потеря полволны), что с хорошей точностью имеет место при углах падения, близких к скользящим, для любой поляризации поля в случае хорошей проводимости земли (см. 3.45, 3.47). После этого из (7.18) получаем для точки наблюдения $\vec{r}_2$ следующее выражение [40]

$$u(\vec{r}_2) = G(\vec{r}_2,\vec{r}_1) + \iint_{S_2}\left\{u_R(\vec{r}_S)\frac{\partial}{\partial n_S}G(\vec{r}_2,\vec{r}_S) - G(\vec{r}_2,\vec{r}_S)\frac{\partial u_R(\vec{r}_S)}{\partial n_S}\right\}ds, \qquad (7.20)$$

где $u_R(\vec{r}_S) = u(\vec{r}_S) - u_I(\vec{r}_S)$ - отраженное поле, $\vec{r}_S$ -точка на поверхности одного из зданий.

В приближении Кирхгофа значение $u_R(\vec{r}_S)$ определим как произведение коэффициента отражения $R(\varphi_S,\vec{r}_S)$ на граничное значение падающего излучения $u_I(\vec{r}_S)$ и на функцию затенения $Z(\vec{r}_2,\vec{r}_S,\vec{r}_1)$, которая равна единице, если точка отражения $\vec{r}_S$ видна из точек приема $\vec{r}_2$ и излучения $\vec{r}_1$ одновременно, и нулю во всех остальных случаях. При этом имеется в виду, что коэффициент отражения имеет то же значение, что при падении плоской волны на плоскость, касательную к случайной поверхности в данном месте [40]. Тогда можно записать [52]

$$u_R = ZRu_I, \qquad \frac{\partial u_R}{\partial n_S} = -ZR\frac{\partial u_I}{\partial n_S}. \qquad (7.21)$$

Кроме того, необходимо учесть возможность затенения точки наблюдения непосредственно от источника. После этого уточнения выражение (7.20) принимает вид [52]

$$u(\vec{r}_2) = Z(\vec{r}_2,\vec{r}_1)G(\vec{r}_2,\vec{r}_1) + \iint_{S_2} Z(\vec{r}_2,\vec{r}_S,\vec{r}_1)R(\varphi_S,\vec{r}_S)\frac{\partial}{\partial n_S}\{G(\vec{r}_2,\vec{r}_S)u_I(\vec{r}_S\}ds \qquad (7.22)$$

В нашем случае точечного источника в приближении однократного отражения

$$u_I(\vec{r}_S) = G(\vec{r}_S,\vec{r}_1). \qquad (7.23)$$

Практически интересен случай, когда излучатель и приемник удалены от точки отражения на много длин волн. При этом в (7.22) в процессе дифференцирования достаточно брать производные только от экспоненциальных функций. Тогда с учетом того, что $\partial/\partial n_S = (\vec{n}_S\vec{\nabla}_S)$ получаем

$$\frac{\partial}{\partial n_S}G(\vec{r}_2,\vec{r}_S) \approx -ik\left(\vec{n}_S\frac{\vec{r}_2-\vec{r}_S}{|\vec{r}_2-\vec{r}_S|}\right)G(\vec{r}_2,\vec{r}_S) = -ik\sin\psi_S G(\vec{r}_2,\vec{r}_S),$$

$$\frac{\partial}{\partial n_S} G(\vec{r}_S, \vec{r}_1) \approx ik\left(\vec{n}_S \frac{\vec{r}_S - \vec{r}_1}{|\vec{r}_S - \vec{r}_1|}\right) G(\vec{r}_S, \vec{r}_1) = -ik \sin\varphi_S G(\vec{r}_S, \vec{r}_1),$$

где углы обозначены на рис. 7.8

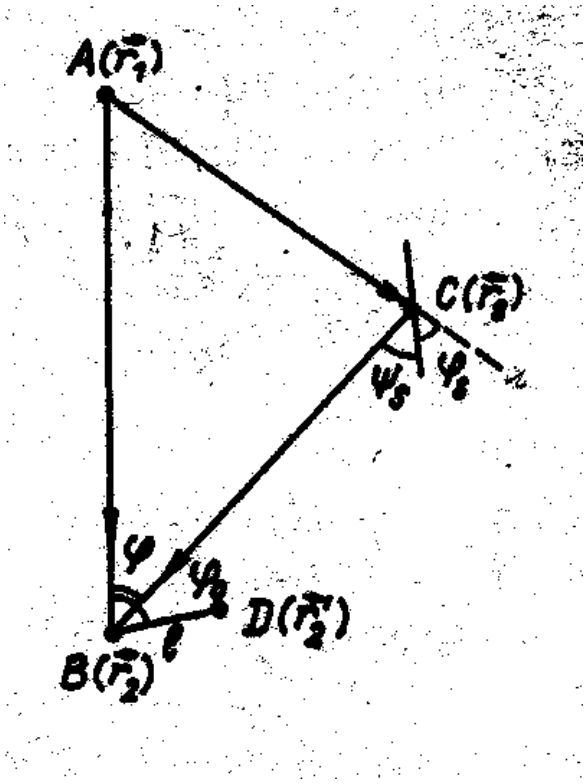


Рис. 7.8

В итоге в приближении однократного отражения имеем

$$u(\vec{r}_2) = Z(\vec{r}_2, \vec{r}_1) G(\vec{r}_2, \vec{r}_1) - ik \iint_{S_2} Z(\vec{r}_2, \vec{r}_S, \vec{r}_1) R(\varphi_S, \vec{r}_S)(\sin\psi_S + \sin\varphi_S) G(\vec{r}_2, \vec{r}_S) G(\vec{r}_S, \vec{r}_1) ds \,. \quad (7.24)$$

7.5 Среднее значение поля в точке приема.

В соответствии с (7.24) поле в точке наблюдения в приближении однократного отражения случайным образом зависит от отражающих свойств зданий, их расположения и ориентации. Для оценки надежности связи важно в первую очередь найти усредненные по ансамблю вариантов городской застройки характеристики. Простейшей статистической характеристикой является среднее значение поля. При усреднении (7.24) необходимо иметь в виду, что в принятой модели случайный коэффициент отражения статистически не зависит от расположения и ориентации зданий, и, как упомянуто выше, является комплексной величиной, фаза которой с равной вероятностью может принимать любые значения на интервале $(0, 2\pi)$. Поэтому его среднее значение $< R(\varphi_S, \vec{r}_S) >= 0$. Поскольку однократно отраженное поле, определяемое поверхностным интегралом в (7.24), линейно зависит от коэффициента отражения, и оно при статистическом усреднении зануляется. Первое слагаемое в (7.24) описывает прямую волну, распространяющуюся от передающей к приемной станции и случайным образом экранированную (затененную) городской . Поскольку функция затенения $Z(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ принимает только два значения 0 или 1, ее среднее значение совпадает с вероятностью прямой видимости между излучателем и приемником, определяемой (7.7). В итоге получаем [40]

$$< u(\vec{r}_2) >=< Z(\vec{r}_2, \vec{r}_1) > G(\vec{r}_2, \vec{r}_1) = P_{21} G(\vec{r}_2, \vec{r}_1) \,. \qquad (7.25)$$

Таким образом, среднее значение поля в точке приема при распространении радиоволн в условиях города будет в основном определяться вероятностью приема сигнала непосредственно от источника излучения.

Полученное выражение с помощью (7.7) позволяет легко найти интенсивность когерентной составляющей принимаемого излучения [40]

$$< I_K(\vec{r}_2) >= \left[\frac{\sin(kz_2 z_1 / d}{2\pi d}\right]^2 \exp\left(-\gamma_0 d\,\frac{h - z_1}{z_2 - z_1}\right). \qquad (7.26)$$

где $d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ - среднее горизонтальное расстояние между приемником и передатчиком. При выводе (7.26) учтено, что наибольшее практическое значение имеет случай, когда и антенна приемника, и антенна передатчика подняты на высоту, значительно меньшую горизонтального расстояния между ними. Тогда функция Грина (7.19) записывается приближенно по формуле Введенского (см. (3.148), (3.151)).

7.6 Функция корреляции поля УКВ в городе.

Следующей важнейшей усредненной статистической характеристикой принимаемого излучения является пространственная функция корреляции $K(\vec{r}_2, \vec{r}_2') =< [u(\vec{r}_2) - < u(\vec{r}_2) >][u^*(\vec{r}_2') - < u^*(\vec{r}_2') >] >$. Из (7.24) следует

$$K(\vec{r}_2, \vec{r}_2') = k^2 < \iint\limits_{S_2} ds \iint\limits_{S_2} Z(\vec{r}_2, \vec{r}_S, \vec{r}_1) Z(\vec{r}_2', \vec{r}_S', \vec{r}_1) R(\varphi_S, \vec{r}_S) R^*(\varphi_S', \vec{r}_S')(\sin\psi_S + \sin\varphi_S)$$
$$(\sin\psi_S' + \sin\varphi_S') G(\vec{r}_2, \vec{r}_S) G(\vec{r}_S, \vec{r}_1) G^*(\vec{r}_2', \vec{r}_S') G^*(\vec{r}_S', \vec{r}_1) ds' > . \qquad (7.27)$$

В последней формуле усреднение необходимо выполнить по положению отражающих поверхностей объектов городской застройки, их числу и отражающим свойствам. Проведем эту процедуру поэтапно. Вначале произведем усреднение по значениям коэффициента отражения на поверхности объекта, обозначая результат символом K_R. Для сокращения записи опустим часть аргументов подынтегрального выражения, сохраняя их индексы при символах функций.

$$K_R(\vec{r}_2, \vec{r}_2') = k^2 \iint\limits_{S_2} ds \iint\limits_{S_2} Z_{2S1} Z_{2'S1} < R_S(\varphi_S) R^*{}_{S'}(\varphi_S') > (\sin\psi_S + \sin\varphi_S)^2$$
$$G_{2S} G_{S1} G^*{}_{2'S'}\; G^*{}_{S'1} ds' . \qquad (7.28)$$

При записи (7.28) предполагается, что функция корреляции коэффициента отражения отлична от нуля только тогда, когда точки $\vec{r}_S$ и $\vec{r}_S'$ находятся на поверхности одного и того же экрана. Кроме того, используется тот факт, что масштабы корреляции коэффициента отражения малы по сравнению с размерами зданий и средней дальностью прямой видимости. Это позволяет учитывать различие между точками отражения только в показателях экспонент функций Грина и в самой корреляционной функции коэффициента отражения. Введем, вместо $\vec{r}_S'$, новую переменную интегрирования $\vec{\xi} = \vec{r}_S' - \vec{r}_S$. Предположим, что случайное распределение коэффициента отражения по стенам зданий обладает статистической однородностью, и определим функцию корреляции коэффициента отражения в виде

$$< R_S(\varphi_S) R^*{}_{S'}(\varphi_S') >= \Gamma(\varphi_S) \exp\left(-\frac{|\xi_\perp|}{l_\Gamma} - \frac{|\xi_Z|}{l_B}\right), \qquad (7.29)$$

где $\xi_\perp$ - горизонтальная проекция вектора $\vec{\xi}$, а l_Γ, l_B -горизонтальный и вертикальный масштабы корреляции коэффициента отражения. Относительная малость этих масштабов корреляции позволяет упростить выражения для функций Грина в (7.28).

$$G_{S1} G^*{}_{S'1} \approx |G_{S1}|^2 \exp[-ik\xi_z \sin\vartheta_1 - ik\xi_\perp \cos\varphi_S],$$

$$G_{2S}G^{*}{}_{2'S'} \approx |G_{2S}|^2 \exp\left[ik\xi_z \sin\vartheta_2 + ik\xi_\perp \cos\psi_S + ik\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_S}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_S|}(\vec{r}_2' - \vec{r}_2)\right], \quad (7.30)$$

где $\sin\vartheta_1 = {(z_S - z_1)}/{|\vec{r}_S - \vec{r}_1|}$, $\sin\vartheta_2 = {(z_2 - z_S)}/{|\vec{r}_2 - \vec{r}_S|}$. Приближенные выражения (7.30) справедливы при выполнении условий

$$\frac{l_\Gamma^{\ 2}}{\lambda\bar{\rho}} << 1, \qquad \frac{l_B^{\ 2}}{\lambda\bar{\rho}} << 1.$$

Подставляя (7.29) и (7.30) в (7.28), получаем

$$K_R(\vec{r}_2, \vec{r}_2') = k^2 \iint_{S_2} Z_{2S1} Z_{2'S1} \Gamma(\varphi_S)(\sin\psi_S + \sin\varphi_S)^2 |G_{S1}|^2 |G_{S2}|^2 \exp\left[ik\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_S}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_S|}(\vec{r}_2' - \vec{r}_2)\right] ds \times$$

$$\times \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{|\xi_\perp|}{l_\Gamma} + ik\xi_\perp(\cos\psi_S - \cos\varphi_S)\right) d\xi_\perp \int_{-\infty}^{\infty} \exp\left(-\frac{\xi_Z}{l_B} + ik\xi_Z(\sin\vartheta_2 - \sin\vartheta_1)\right) d\xi_Z$$

(7.31)

Вычисляя интегралы по переменным $\xi_\perp$ и ξ_Z, приходим к формуле

$$K_R(\vec{r}_2, \vec{r}_2') = \iint_{S_2} Z_{2S1} Z_{2'S1} \Gamma(\varphi_S)(\sin\psi_S + \sin\varphi_S)^2 |G_{S1}|^2 |G_{S2}|^2 \exp\left(ikl\cos(\varphi_0 - \varphi)\right) \times$$

$$\times \frac{2kl_\Gamma}{1 + (kl_\Gamma)^2(\cos\psi_S - \cos\varphi_S)^2} \frac{2kl_B}{1 + (kl_B)^2(\sin\vartheta_2 - \sin\vartheta_1)^2} ds \quad ,$$

(7.32)

где $l = |\vec{r}_2' - \vec{r}_2|$ -расстояние между точками наблюдения,

$$\cos\varphi = \left(\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_S}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_S|}\right), \ \cos\varphi_0 = \left(\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_1}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_1|}\frac{\vec{r}_2 - \vec{r}_2'}{|\vec{r}_2 - \vec{r}_2'|}\right).$$

На следующем этапе нужно выполнить усреднение по случайному расположению и ориентации вертикальных экранов, моделирующих стены зданий. При этом учтем, что вероятность того, что на расстоянии dn от выбранной точки рассеяния C окажется плоский экран длины L, ориентированный под углом к $(\vec{r}_S - \vec{r}_1)$ в интервале от φ_S до $\varphi_S + d\varphi_S$, равна произведению вероятности $dnL\nu$ попадания центра экрана в прямоугольник dnL и вероятности ориентации экрана в интервале $d\varphi_S$, равной ${d\varphi_S}/{2\pi}$. Таким образом , отмеченное выше усреднение производится умножением (7.32) на

$$\nu L dn \frac{d\varphi_S}{2\pi}$$

и интегрированием по переменным n и φ_S.Причем $(dsdn) = d^3\vec{r}$ - трехмерный элемент объема слоя городской застройки. Интеграл по φ_S имеет вид

$$I = \frac{1}{2\pi}\int \left(\sin(\alpha - \varphi_S) + \sin(\varphi_S)\right)^2 \Gamma(\varphi_S) \frac{2kl_\Gamma}{1 + (kl_\Gamma)^2(\cos(\alpha - \varphi_S) - \cos\varphi_S)^2} d\varphi_S \ , (7.33)$$

где α - угол между векторами $(\vec{r}_S - \vec{r}_1)$ и $(\vec{r}_2 - \vec{r}_S)$.

Поскольку в практических условиях УКВ связи

$$kl_{\Gamma}, kl_{B} >> 1 \qquad (7.34)$$

последняя функция под интегралом в (7.33) имеет острый максимум при $\varphi_S = \dfrac{\alpha}{2}$. В связи с этим удобно перейти к новой переменной $\varphi_S = \frac{\alpha}{2} + \theta$. После этого получаем

$$I = \frac{1}{2\pi}\int\left(\sin(\frac{\alpha}{2}-\theta)+\sin(\frac{\alpha}{2}+\theta)\right)^2 \Gamma(\frac{\alpha}{2}+\theta)\frac{2kl_{\Gamma}}{1+4(kl_{\Gamma})^2\sin^2\frac{\alpha}{2}\sin^2\theta}d\theta \quad . \qquad (7.35)$$

Поскольку при выполнении (7.34) и не слишком малых углах α подинтегральное выражение заметно отличается от нуля только при $\theta << 1$, можно приближенно записать

$$I \approx \frac{4}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\left(\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2 \Gamma(\frac{\alpha}{2})\frac{2kl_{\Gamma}}{1+4(kl_{\Gamma})^2(\sin\ \frac{\alpha}{2})^2\theta^2}d\theta \quad . \qquad (7.36)$$

Этот интеграл легко вычисляется

$$I = 2(\sin\frac{\alpha}{2})\Gamma(\frac{\alpha}{2}). \qquad (7.37)$$

Кроме того, необходимо еще усреднить входящие в (7.32) функции затенения

$$< Z_{2S1}Z_{2'S'1} >= P(\vec{r}_1,\vec{r}_S)P_{BD}. \qquad (7.38)$$

Здесь $P(\vec{r}_1,\vec{r}_S)$ - вероятность незатенения точки отражения относительно излучателя (7.7), а P_{BD} - вероятность того, что рассеянная в $\vec{r}_S$ волна, пришедшая в точку наблюдения $\vec{r}_2$ под углом φ, будет освещать горизонтальный отрезок l, ориентированный под углом φ_0 к $(\vec{r}_2-\vec{r}_1)$. Она определяется (7.9) с заменой ψ на $\varphi_0-\varphi$.

В итоге после всех усреднений получаем [40]

$$K(\vec{r}_2,\vec{r}_2') = 16\pi\iiint_V P(\vec{r}_1,\vec{r}) < \sigma(\vec{r}_2,\vec{r},\vec{r}_1) > \left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2\left|G(\vec{r}_2,\vec{r})\right|^2 P_{BD}\exp\left(ikl\cos(\varphi_0-\varphi)\right)d^3\vec{r}$$

(7.39)

где интегрирование ведется по объему V слоя городской застройки высоты h. В (7.39) введен некий аналог дифференциального сечения рассеяния зданий

$$< \sigma(\vec{r}_2,\vec{r},\vec{r}_1) >= \frac{\gamma_0\Gamma(\alpha/2)}{8}(\sin\frac{\alpha}{2})\frac{kl_B}{1+(kl_B)^2(\sin\vartheta_2-\sin\vartheta_1)^2}. \qquad (7.40)$$

Таким образом, формулы (7.39), (7.40) полностью определяют функцию корреляции поля УКВ в городе в приближении однократного рассеяния. Они являются основой для дальнейшего анализа, направленного на исследование энергетических и корреляционных характеристик поля УКВ в городских условиях.

7.7 Средняя интенсивность поля над квазиплоским статистически однородным районом города (однократное рассеяние)

Вычислим среднюю интенсивность однократно отраженного поля, принимаемого на высоко поднятой базовой станции, когда мобильный передатчик расположен ниже крыш домов. Для этого в (7.39) нужно положить $l = 0$

$$I(\vec{r}_2) = 16\pi \iiint_V P(\vec{r}_1,\vec{r}) < \sigma(\vec{r}_2,\vec{r},\vec{r}_1) > \left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2 \left|G(\vec{r}_2,\vec{r})\right|^2 P(\vec{r},\vec{r}_2)\, d^3\vec{r}\,. \qquad (7.41)$$

В рамках простейшего варианта модели статистически однородного городского района со зданиями одинаковой высоты h вероятность прямой видимости $P(\vec{r}_1,\vec{r})$ определяется формулой (7.6), а вероятность $P(\vec{r},\vec{r}_2)$ вычисляется по формуле (7.7). При этом среднюю интенсивность рассеянного поля можно записать в виде

$$< I(\vec{r}_2) >= 2\pi\gamma_0 \iiint_V \exp\left(-\gamma_0 (r + \tilde{r}\frac{h-z}{z_2 - z})\right) \Gamma(\frac{\alpha}{2}) \sin\frac{\alpha}{2} \times$$
$$\times \frac{kl_B}{1+(kl_B)^2(\sin\vartheta_2 - \sin\vartheta_1)^2} \left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2 \left|G(\vec{r}_2,\vec{r})\right|^2 dxdydz\,, \qquad (7.42)$$

где $r = \sqrt{(x-x_1)^2 + (y-y_1)^2}$, $\tilde{r} = \sqrt{(x_2 - x)^2 + (y_2 - y)^2}$, а интегрирование ведется по объему слоя городской застройки $x, y \in (-\infty,\infty)$, $z \in (0,h)$.

Перейдем в цилиндрическую систему координат (r,φ',z):

$x - x_1 = r\cos\varphi'$, $y - y_1 = r\sin\varphi'$.

Практически наиболее актуальным является расчет для зоны неуверенного приема, где $\gamma_0 d >> 1$ (d – горизонтальное расстояние между приемником и передатчиком). При этом основной вклад в интеграл дает область слоя над излучателем

$$r \le \bar{\rho} \qquad (h-z) < (z_2 - h)/\gamma_0\tilde{r}\,,$$

для которой $\tilde{r} \approx \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|$, $\gamma_0\tilde{r} >> 1$ и $\alpha \approx \varphi'$. За пределами этой области значение подынтегральной функции экспоненциально мало. Это означает, что влиянием границы $z = 0$ на функцию Грина $G(\vec{r}_2,\vec{r})$ можно в данном случае пренебречь (при $\frac{h}{z_2}d >> \bar{\rho}$ поверхность земли практически затенена от приемника), и, учитывая условие $\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| >> \bar{\rho}, z_2, h$, считать

$$\left|G(\vec{r}_2,\vec{r})\right|^2 \approx \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{\left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|^2}\,. \qquad (7.43)$$

Для функции $\left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2$ можно, как и в (7.26), воспользоваться приближенным выражением Введенского

$$\left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2 \approx \frac{1}{(2\pi)^2\left|\vec{r} - \vec{r}_1\right|^2}\sin^2\frac{kzz_1}{\left|\vec{r} - \vec{r}_1\right|}\,. \qquad (7.44)$$

Интегрирование по φ' приближенно (при почти фиксированном значении $\tilde{r}$) сводится к вычислению интеграла

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} \Gamma(\frac{\varphi'}{2})\sin\frac{\varphi'}{2}\, d\varphi'\,,$$

который, если не определять конкретный вид функции $\Gamma(\varphi')$, можно рассматривать как некоторое среднее значение Γ.

В интеграле по переменной r определяющую роль играет функция $r\exp(-\gamma_0 r)$, имеющая довольно острый максимум при $r = \dfrac{1}{\gamma_0} = \bar{\rho}$. Большинство остальных функций под интегралом в выражении для $< I(\vec{r}_2) >$ меняются гораздо медленнее. Что же касается выражения (7.44), то его в нашем случае можно приближенно представить в виде

$$\left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2 \approx \frac{1}{(2\pi)^2\left|\vec{r}-\vec{r}_1\right|^2}\frac{1}{2}\left(1-\cos(\frac{2kzz_1}{\sqrt{r^2+h^2}}\right). \qquad (7.45)$$

Мы уже отмечали, что основной вклад дает область, где $z \approx h$. Поэтому при условии, что

$$2kz_1 h\gamma_0 >> 1, \qquad (7.46)$$

косинус в существенной области интегрирования быстро осциллирует при изменении r вблизи $\bar{\rho}$, и интегралом от него можно пренебречь. При выполнении неравенства, обратного (7.46), когда мобильный передатчик находится слишком близко к земле, принимаемая мощность очень мала. Возможность пренебречь интегралом от косинуса означает, что случайное рассеяние на зданиях прямой и отраженной от земли волн сглаживает при усреднении интерференционные замирания и дает аддитивный вклад в среднюю интенсивность. Это позволяет в дальнейшем при работе с выражением (7.41) не учитывать интерференцию прямой и отраженной от земли волн.

Интеграл по переменной z с учетом предыдущего упрощается

$$\int_0^h \exp\left(-\gamma_0 \tilde{r}\,\frac{h-z}{z_2-z}\right)dz = \frac{z_2-h}{\gamma_0\tilde{r}} \qquad (7.47)$$

при $\gamma_0\tilde{r}h >> (z_2-h)$.

Далее с учетом того, $(\sin\vartheta_2 - \sin\vartheta_1) \approx -(h-z_1)\gamma_0$ и $\gamma_0 h << 1$, после окончательного интегрирования по r с учетом отмеченных свойств подынтегральных функций (интеграл от «острой» функции $\int_0^\infty r\exp(-\gamma_0)dr = 1/\gamma_0^{\,2}$, плавные функции выносятся из-под интеграла при $r = \dfrac{1}{\gamma_0} = \bar{\rho}$) можно получить [40]

$$< I(\vec{r}_2\ ) >= \frac{\Gamma}{32\pi}\frac{\lambda l_B}{\lambda^2+\left[2\pi l_B\gamma_0(h-z_1)\right]^2}\frac{z_2-h}{d^3} \qquad (7.48)$$

где $d = \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right|$.

Полная средняя интенсивность, принимаемая поднятой над городской застройкой базовой станцией, складывается в нашей модели из интенсивности однократно отраженных от стен волн (7.48) и интенсивности когерентной волны (7.26), приходящей непосредственно от излучателя.

7.8 Интенсивность бокового излучения (учет дифракции)

Из (7.48) и (7.26) следует, что при расположении антенны базовой станции на уровне крыш ($z_2 = h$) средняя интенсивность однократно отраженных волн равна нулю, а интенсивность когерентной волны экспоненциально мала. В

этом случае при более корректном расчете необходимо учитывать дифракцию волн в первую очередь на крышах домов.

Учет влияния дифракции волн над слоем застройки проведем в приближении Гюйгенса-Кирхгофа [40, 53]. В качестве поверхности виртуальных (вторичных) источников выберем плоскость S_B (рис. 7.9), перпендикулярную слою городской застройки, и поверхность бесконечной полусферы C_R, опирающуюся на S_B и замыкающую объем, внутри которого находится излучатель.

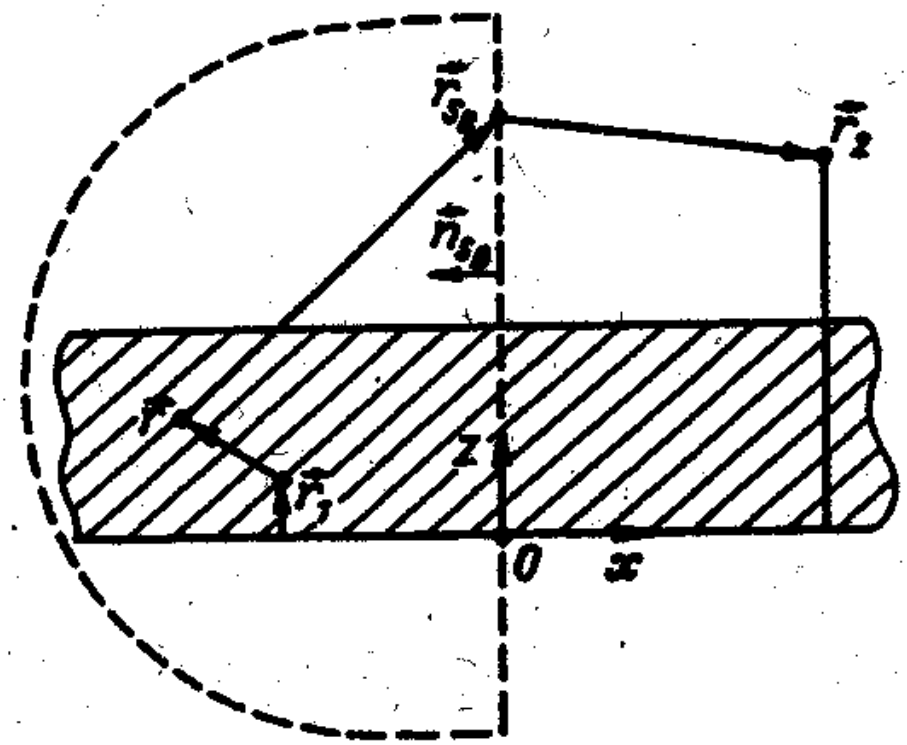


Рис. 7.9

При этом вкладом виртуальных источников, расположенных на полусфере C_R, можно пренебречь, так как при стремлении ее радиуса к бесконечности он стремится к нулю. Тогда поле в точке приема, находящейся вне замкнутой поверхности, можно записать в виде

$$u(\vec{r}_2) = \iint_{S_B} \left\{ u\ (\vec{r}_{S_B}) \frac{\partial}{\partial n_{S_B}} G(\vec{r}_2, \vec{r}_{S_B}) - G(\vec{r}_2, \vec{r}_{S_B}) \frac{\partial u\ (\vec{r}_{S_B})}{\partial n_{S_B}} \right\} ds\,, \qquad (7.49)$$

где $u\ (\vec{r}_{S_B})$ - поле на поверхности S_B, полученное в приближении однократного рассеяния. Оно в основном определяется вторым слагаемым в (7.24), поскольку учитываемое там затенение минимально для волн, отраженных от верхних участков стен вблизи крыш при $(z \approx h)$. Далее нужно вычислить среднюю интенсивность рассеянного поля в точке наблюдения

$$< I(\vec{r}_2) > = < u(\vec{r}_2) u^*(\vec{r}_2) >.$$

Усреднение выполняется аналогично произведенному в разделе **7.6** с учетом того, что основной вклад в интегралы по плоскости S_B дает область вблизи пе-

ресечения этой плоскости прямой, соединяющей точки отражения при $(z \approx h)$ и точку приема. В результате можно получить [40] выражение

$$< I(\vec{r}_2\ ) >= \frac{\Gamma}{32\pi} \frac{\lambda l_B}{\lambda^2 + \left[2\pi l_B \gamma_0 (h - z_1)\right]^2} \left(\frac{\lambda d}{4\pi^3} + (z_2 - h)^2 \right)^{1/2} \frac{1}{d^3}, \qquad (7.50)$$

справедливое при $z_2 \geq h$. При высоко поднятой антенне базовой станции, когда $(z_2 - h)^2 >> \frac{\lambda d}{4\pi^3}$, средняя интенсивность, полученная с учетом эффектов дифракции над слоем застройки, полностью идентична (7.48). При уменьшении z_2 дифракция рассеянного поля над слоем застройки начинает играть заметную роль и при $z_2 = h$ приводит к тому, что $< I > \propto \sqrt{\lambda d / 4\pi^3}$ и не обращается в ноль. Однако такой случай редко встречается на практике.

7.9 . Сравнение результатов расчета с экспериментальными данными

Интересно сравнить найденную теоретически среднюю интенсивность с экспериментальными данными Окамуры. В экспериментальных исследованиях высота антенны центральной станции изменялась от 45 до 820 м, подвижная станция размещалась в автомашине и имела ненаправленную антенну на высоте 3 м над земной поверхностью. Регистрировались медианные значения напряженности поля на дальностях от1 до 100 км.

В указанных условиях с результатами эксперимента нужно сопоставить среднее значение интенсивности рассеянных волн $< I >$, определяемое (7.48) без учета $<I_к>$. Действительно, если принять h=30м и γ_0=10км $^{-1}$, то вероятность $P(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$ приема сигнала непосредственно от излучателя для z_1=3м и $45<z_2<200$м окажется уже на расстоянии1км слишком малой, чтобы повлиять на медианные значения.

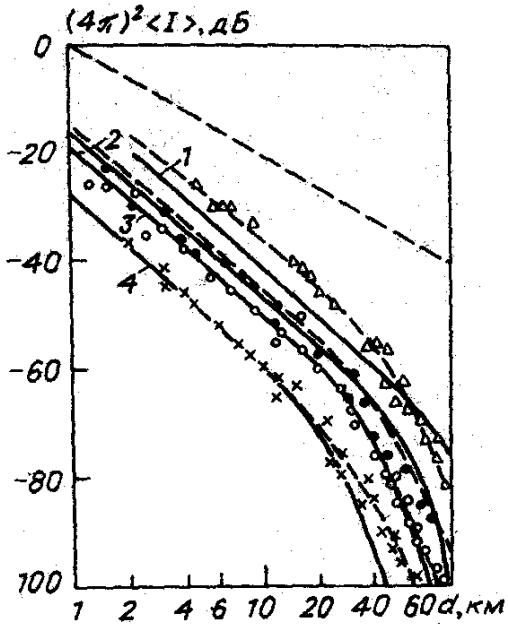


рис. 7.10

На рис. 7.10 показана зависимость вероятности, рассчитанной по формуле (7.7), от дальности при высотах поднятия антенны центральной станции 820 (кривая 1); 220 (кривая 2); 140 (кривая 3) и 45 (кривая 4) м. Очевидно, что в трех последних случаях при $d \geq 1км$ медианное значение сигнала будет определяться в основном однократно рассеянными волнами и окажется близким к $< I >$. Для высоты $z_2 = 820м$ значение $P(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$

уменьшается до 0,3 на дальностях примерно 4 км. Данные измерений приведены также для $d > 4км$, т. е. когда относительная частота сильных выбросов уровня сигнала, связанных с приемом сигнала непосредственно от излучателя при возникновении прямой видимости между передатчиком и приемным пунктом, оказывается сравнительно малой.

Измерения показали, что при увеличении дальности до 15км мощность сигнала убывает как d^{-3} [4,42]. Последующее увеличение дальности приводит к более быстрому уменьшению уровня сигнала. Теоретическая формула (7.48) для $<I>$ также определяет зависимость d^{-3} для дальностей меньше дальности радиогоризонта d_R. На больших расстояниях приходится учитывать сферичность Земли. Это можно сделать добавлением в (7.48) множителя, рассчитанного по дифракционной теории Фока [40] и обеспечивающего более быстрый спад уровня сигнала в области геометрической тени Земли ($d > d_R$).

На рис. 7.10 штриховыми линиями представлены зависимости медианного значения мощности сигнала от расстояния, построенные Окамурой для частоты 453МГц при z_1=3м и z_2=820, 220, 140, 45м. Мощность сигнала в городе отнесена к мощности в свободном пространстве, измеренной на расстоянии 1км от излучателя. Здесь же нанесены условными знаками полученные им в ходе измерений медианные значения напряженности поля. Для сравнения верхней штриховой линией показан уровень сигнала в свободном пространстве. Расчетные зависимости величины $(4\pi)^2<I>$ от дальности показаны сплошными линиями *1-4*. Значения Г=0,1 и l_B=1м выбраны из тех соображений, чтобы обеспечить совмещение кривых *4* на дальности 1км, вместе с тем эти значения не противоречат представлениям о свойствах реальных отражающих поверхностей городских строений. Расчетные кривые *2-4* практически совпали с построенными Окамурой во всем диапазоне дальностей от 1 до 100км. Расхождение расчетных и измеренных значений становится заметным лишь при z_2=820м, достигая 4дБ (кривая *1*). Это естественно, поскольку расчеты проведены в малоугловом приближении, а значение z_2=820м этим условиям уже не удовлетворяет. Тем не менее, и в этом случае характер зависимости ослабления от дальности между излучателем и приемным пунктом определяется теоретическим выражением правильно. Резкий излом кривой *3* при d=40км объясняется уходом за радиогоризонт (для z_2=140м d_R=40км). Такое же хорошее согласие теории и эксперимента имеет место и на частоте 1920МГц [40].

Как отмечалось выше, затухание сигнала в городе возрастает с увеличением его частоты по степенному закону. Причем с увеличением частоты от 100 до 2000МГц показатель степени n меняется от 0,2 до 1, оставаясь величиной слабо зависящей от расстояния в диапазоне от1 до10км. При дальнейшем увеличении расстояния n начинает зависеть от него и растет значительно быстрее. Результаты теоретического расчета $<I>$ дают объяснение этому экспериментально установленному факту. Действительно, пока Землю можно считать плоской, т.е. для расстояний около 10-20км, зависимость средней интенсивности от длины волны λ определяется множителем

$$\frac{\lambda}{\lambda^2 + \left[2\pi l_B \gamma_0 \left(h - z_1\right)\right]^2},$$

и меняется от λ^{-1} в нижней части УКВ диапазона до λ на высоких частотах с переходом через λ^0 в окрестности 100МГц. Для дальностей, больших 10-20км,

добавляется дифракционный множитель ослабления, который и дает более быстрое уменьшение уровня сигнала с увеличением частоты на больших расстояниях.

Физическое объяснение зависимости средней рассеянной мощности от частоты в пределах радиогоризонта состоит в том, что, хотя в рассматриваемой модели затенения рассчитываются чисто геометрически, дифракция волн все-таки проявляется при рассеянии на поверхностях зданий со случайным распределением коэффициента отражения. Для более коротких волн диаграмма рассеяния имеет меньшую ширину, и рассеянному излучению труднее попасть в низко расположенный приемник после частично диффузного отражения от верхних слабозатененных от передатчика участков стен городских зданий.

На рис.7.11 представлены графики зависимости затухания сигнала относительно свободного пространства от частоты для z_1=3м, z_2=220м на дальностях 1,5,20 и 40км. Расчетным значениям соответствуют сплошные линии, измеренным Окамурой медианным значениям - штриховые.

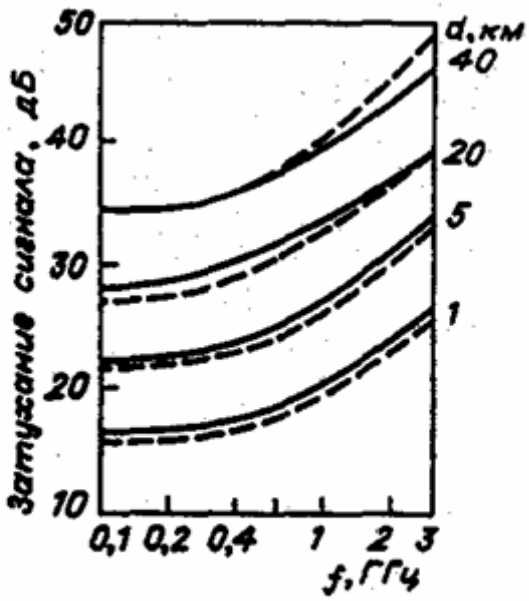


Рис. 7.11

Высота антенны базовой станции z_2 в расчетную формулу (7.48) входит в множитель $(z_2 - h)$, который описывает ее влияние на дальностях в пределах радиогоризонта. Кроме того, от высоты антенны центральной станции зависит дифракционный множитель ослабления. Зависимость от z_2 можно проследить по кривым на рис. 7.10. Для дальностей, меньших d_R (дальность радиогоризонта d_R в зависимости от высоты z_2 приведена на рис 7.12),

высота z_2 не влияет на скорость уменьшения средней интенсивности поля с расстоянием. Однако, подъем антенны центральной станции приводит к уменьшению затухания сигнала по сравнению с затуханием в свободном пространстве. Так, при

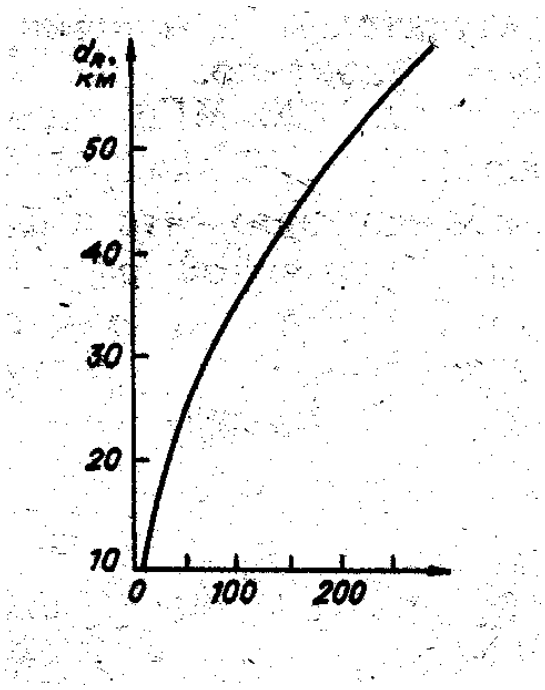


рис.7.12

изменении z_2 от 45 до 220 м уменьшение затухания составляет 11 дБ. При $d > d_R$. зависимость средней интенсивности от z_2 становится существенно иной. Теперь от z_2 зависит как сама средняя интенсивность, так и скорость ее изменения с расстоянием. Такой характер зависимости обусловлен дифракционным ослабляющим множителем, который начинает давать вклад только при дальностях, превышающих дальность радиогоризонта.

Выражение (7.48) позволяет проанализировать также влияние высоты антенны низко расположенного мобильного пункта [40]. Как видно, результаты расчета дают зависимость средней интенсивности рассеянного поля от высоты z_1 мобильного пункта в виде множителя

$$1 \Big/ \left\{ \lambda^2 + \left[2\pi l_B \gamma_0 (h - z_1) \right]^2 \right\},$$

параметрами которого являются как длина волны λ, так и характеристики застройки γ_0, h и l_B. Отметим, что поскольку дальность не является параметром, вид зависимости средней интенсивности от z_1 сохраняется во всем диапазоне рассматриваемых дальностей. Влияние высоты z_1 на <*I*> существенным образом зависит от диапазона частот, в котором исследуется эта зависимость.

В книге [4] отмечается интересный эффект, заключающийся в том, что для небольших городов с увеличением z_1, большое усиление сигнала наблюдается для более коротких длин волн. Для крупных городов усиление незначительное и практически не зависит от длины волны.

На рис. 7.13 приведены расчетные кривые для <I> в зависимости от высоты z_1, (фактор "высота-усиление") для частот 400, 1000 и 2000 МГц (кривые 1, 2 и 3 соответственно) и различных типов городов. За ноль децибел

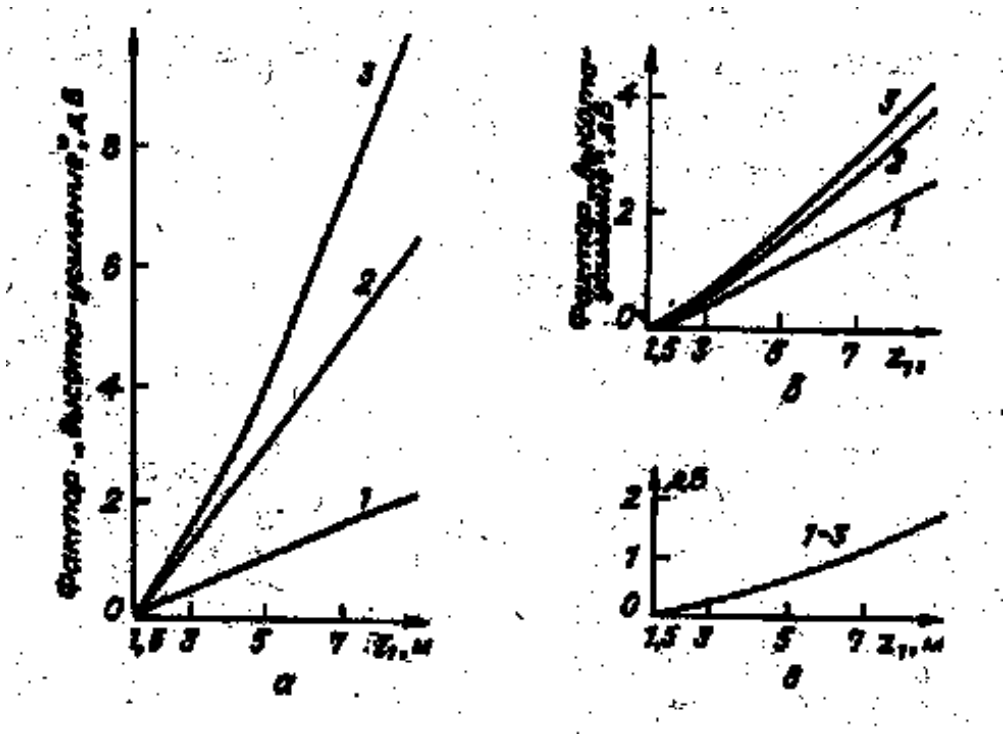


Рис. 7.13

взято значение средней интенсивности при z_1, = 1,5 м. Значения параметров равны: $l_B = 1м$ и $\gamma_0 = 10км^{-1}$. Для небольших городов (h =10 м, рис. 2.1б,а) усиление на частоте 2000 МГц для семиметровой антенны (т.е. находящейся на высоте 7 м от земли) составляет 7 дБ, а на частоте 400 МГц только около 2 дБ. Для средних городов (h = 20 м, рис. 2.1б,б) усиление составляет соответственно 3 и 2 дБ, а для крупных городов (*h*=40 м, рис. 2.1б,*в*) усиление для той же антенны одинаково в диапазоне частот от 400 до 2000 МГц и составляет около децибела.

Таким образом, расчет поля УКВ над городской застройкой в приближении однократного рассеяния с учетом затенений позволяет получить для средней интенсивности результаты, согласующиеся с экспериментом по характеру зависимости от дальности, высот расположения антенн и частоты.

7.10. Средняя интенсивность поля внутри слоя городской застройки (многократное рассеяние)

Случай, когда связь в городских условиях осуществляется непосредственно между передающей и приемной мобильными станциями, расположенными значительно ниже крыш домов, менее распространен, но, тем не менее, имеет практическое значение. При этом роль экранирования волн стенами зданий резко возрастает по сравнению со случаем, когда один передатчик или приемник поднят высоко над городом. Поэтому интенсивность когерентного и однократно отраженного поля затухает на гораздо меньших расстояниях между пунктами связи.

Выполним сначала оценки в приближении однократного рассеяния. Для когерентной составляющей можно воспользоваться формулой (7.25). Только теперь вероятность прямой видимости между пунктами определяется соотношением (7.6). В итоге получаем выражение, аналогичное (7.26)

$$< I_K(d) >= \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{e^{-\gamma_0 d}}{d^2}\left(2\sin\frac{kz_1z_2}{d}\right)^2, \qquad (7.51)$$

где высоты станций $z_1, z_2 << h$. При расчете интенсивности рассеянного излучения в (7.41) нужно теперь вычислять вероятность $P(\vec{r}, \vec{r}_2)$ по формуле (7.6). Тогда вместо (7.42) получим

$$< I(\vec{r}_2) >= 2\pi\gamma_0 \iiint\limits_V \exp\left(-\gamma_0(r+\tilde{r})\right)\Gamma(\frac{\alpha}{2})\sin\frac{\alpha}{2}\times$$
$$\times\frac{kl_B}{1+(kl_B)^2(\sin\vartheta_2-\sin\vartheta_1)^2}\left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2\left|G(\vec{r}_2,\vec{r})\right|^2 dxdydz. \qquad (7.52)$$

Перейдем как и в разделе **7.**7 в цилиндрическую систему координат (r, φ', z):

$x - x_1 = r\cos\varphi'$, $y - y_1 = r\sin\varphi'$.

Практически, как всегда, наиболее актуальным является расчет для зоны неуверенного приема, где $\gamma_0 d >> 1$ (d – горизонтальное расстояние между приемником и передатчиком). При этом основной вклад в интеграл дает область слоя $r \le \bar{\rho}$, для которой $\tilde{r} \approx \left|\vec{r}_2 - \vec{r}_1\right| \approx d$, $\gamma_0\tilde{r} >> 1$ и $\alpha \approx \varphi'$. За пределами этой области значение подынтегральной функции экспоненциально мало. Подставляя в (7.52) функции Грина в виде (7.43) и первого слагаемого из (7.45) и учитывая, что в данном случае $\sin\vartheta_2 - \sin\vartheta_1 \approx -z\gamma_0$, получим

$$< I(\vec{r}_2) >= 2\pi\gamma_0\int_0^\infty rdr\int_0^{2\pi}d\varphi'\int_0^h dze^{-\gamma_0 r}e^{-\gamma_0 d}\Gamma(\frac{\varphi'}{2})\sin\frac{\varphi'}{2}\times$$
$$\times\frac{kl_B}{1+(kl_B)^2(z\gamma_0)^2}\frac{1}{(4\pi)^2 d^2}\frac{1}{(2\pi)^2 2(r^2+z^2)}. \qquad (7.53)$$

Интегрирование по r и φ' выполним тем же способом, что в разделе **7.7**.

$$< I(\vec{r}_2) >= 2\pi^2\gamma_0\frac{1}{(\gamma_0)^2}e^{-\gamma_0 d}\Gamma\frac{1}{(4\pi)^2 d^2}\frac{1}{(2\pi)^2 2}\int_0^h\frac{kl_B}{1+(kl_B)^2(z\gamma_0)^2}\frac{1}{1/(\gamma_0)^2+z^2}. \qquad (7.54)$$

При интегрировании по z нужно учесть, что $kl_B >> 1$ и основной вклад в интеграл дает область малых z. В итоге окончательно получаем

$$< I(d) >= \frac{1}{(2\pi)^2}\frac{\Gamma}{8}\frac{e^{-\gamma_0 d}}{d^2}. \qquad (7.55)$$

Таким образом, из (7.51), (7.55) следует, что принимаемый сигнал в данном случае затухает с увеличением расстояния между пунктами гораздо быстрее, чем при подъеме базовой станции высоко над городом. Поэтому при расчете надежности связи между двумя низко

расположенными объектами необходимо, вообще говоря, принимать во внимание возможность многократных отражений волн в городском слое.

Вычисление средней интенсивности с учетом многократного рассеяния весьма сложно. Однако эта задача оказывается во многом аналогична задаче о распространении радиоволн в неограниченных турбулентных средах и облаках дискретных рассеивателей [54],[55]. Развитым в указанных работах методом удается получить искомый результат [40] для средней интенсивности некогерентной составляющей поля

$$< I_H(d) > \approx \frac{\gamma_0 \Gamma}{(4\pi)^2 4} \frac{e^{-\gamma_0 d}}{d} \left\{ \frac{2}{\gamma_0 d} + \frac{\Gamma}{8} \left(\frac{\pi}{2\gamma_0 d} \right)^{1/2} + \left(\frac{\Gamma}{8} \right)^3 \right\}. \qquad (7.56)$$

Заметим, что в этом выражении первое слагаемое точно воспроизводит среднюю интенсивность в приближении однократного рассеяния (7.55). Последующие слагаемые практически не изменяют значения интенсивности на расстояниях

$$d < \frac{8^3}{\pi \gamma_0 \Gamma^2},$$

охватывающих протяженность реальных закрытых трасс связи между подвижными объектами в современных городских условиях. Этот вывод остается в силе, даже если считать все поверхности зданий идеально отражающими. Это объясняется структурой слоя городской застройки: вертикальные отражающие поверхности не изменяют сферическую расходимость (нет фокусировки), свойственную всему полю в целом, и слой не имеет верхней отражающей границы; в результате энергия быстро «высвечивается», переходит в боковое излучение.

На рис.7.14 показана рассчитанная по этим формулам зависимость среднего значения полной интенсивности $<I> = <I_к> + <I_н>$ от расстояния между излучателем и точкой наблюдения для $z_1=z_2=3$м, Г=0,1 и λ=0,33м при γ_0=6, 8, 10км$^{-1}$ (кривые*3,4,5* соответственно). Для сравнения приведена интенсивность поля в свободном пространстве (*1*) и интенсивность поля излучателя над плоской поверхностью земли (*2*),

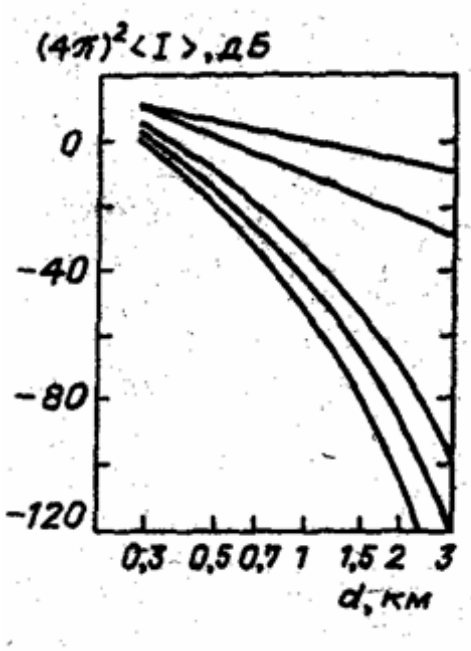


рис. 7.14

рассчитанной по квадратичной формуле Введенского. Все значения отнесены к интенсивности в свободном пространстве на расстоянии 1км от излучателя, что соответствует $(4\pi)^2<I>$. Сравнение с экспериментальными данными (рис.6.1) показывает неплохое соответствие. Тем не менее, необходимо отметить, что при $d>2\bar{\rho}$ теория дает более быстрое экспоненциальное спадание интенсивности с расстоянием, чем эксперимент.

7.11. Средняя интенсивность бокового излучения при двукратном рассеянии

Расчет средней интенсивности принимаемого излучения при низком расположении приемника и передатчика методом теории многократного рассеяния дает, как показано в предыдущем разделе, экспоненциально-степенную зависимость от дальности. Естествен-

но, что при увеличении расстояния интенсивность многократно рассеянных волн убывает достаточно быстро, и возрастает, как показывает сравнение с экспериментом, роль волны, распространяющейся над слоем городской застройки.

Описание такой волны с помощью только механизмов дифракции на препятствиях непосредственно между передатчиком и приемником дает положительные результаты лишь для нижней части УКВ-диапазона. В интересующем нас случае более высоких частот для объяснения наблюдаемых значений затухания на расстояниях, превышающих 1 км, необходимо объединить механизмы дифракции и рассеяния.

Дальнейшие расчеты выполнены на основании следующей трактовки механизма распространения радиоволн между двумя низко расположенными пунктами, находящимися в слое городской застройки.

Передатчик, находящийся в точке $\vec{r}_1$, излучая изотропную сферическую волну, облучает находящиеся вокруг себя здания. Волны, рассеянные в точке $\vec{r}$ зданиями, распространяются по всем направлениям, в том числе и в верхнее свободное полупространство над городом. Часть излучения, распространяющегося в свободном пространстве, будет попадать в точку $\vec{r}_2$ - антенну приемника дифрагировав на укрывающих приемную антенну препятствиях и рассеиваясь на стенах зданий в точке $\vec{r}'$ в окрестности приемника (рис. 7.15).

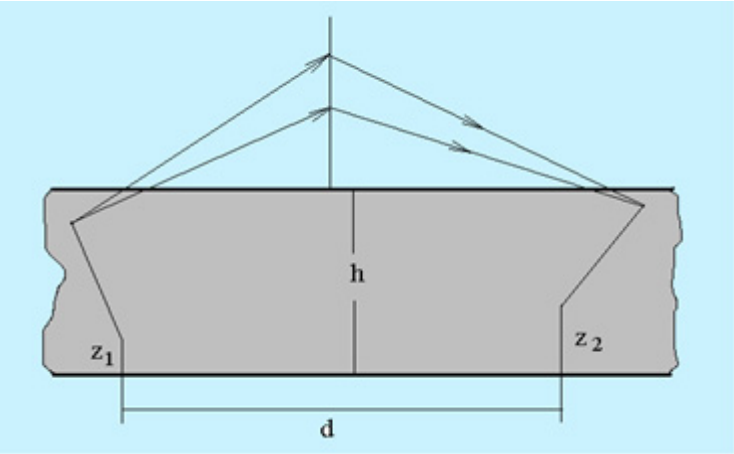


Рис. 7.15

При таком механизме распространения поле, двукратно рассеянной окрестностями передатчика и приемника волны может быть найдено следующим образом. Поле в точке $\vec{r}'$ после рассеяния в точке $\vec{r}$ и дифракции на крышах городского слоя вычисляется в соответствии с принципом Гюйгенса-Френеля по формуле (7.49), где нужно заменить $\vec{r}_2$ на $\vec{r}'$.Далее следует подставить его вместо u_I в (7.22), где заменяем $\vec{r}_S$ на $\vec{r}'$, $\vec{r}_1$ на $\vec{r}_{S_B}$ и ограничиваемся вторым слагаемым.

Наряду с двукратно рассеянной волной из полупространства над слоем городской застройки в приемную антенну попадают нерассеянная волна и однократно рассеянные волны. Однако. вероятность их регистрации при дальностях около 1 км и больше очень мала и при расчете средней интенсивности может не учитываться.

При вычислении средней интенсивности двукратно рассеянного и один раз дифрагированного поля выполняются преобразования, аналогичные проделанным в предыдущих разделах. В процессе преобразований учитывается, что основная область первого рассеяния находится вблизи уровня крыш над передатчиком, а при втором отражении основную роль играют участки стен домов, находящиеся достаточно близко от уровня крыш над приемником.

После довольно громоздких преобразований удается получить удобную для расчетов формулу [40]

$$< I(\vec{r}_2) >= \frac{\Gamma^2}{24\pi^2} \frac{\lambda l_B}{\lambda^2 + [2\pi l_B \gamma_0 (h - z_1)]^2} \frac{\lambda l_B}{\lambda^2 + [2\pi l_B \gamma_0 (h - z_2)]^2} \frac{\lambda}{d^3}. \quad (7.57)$$

Таким образом, средняя интенсивность поля убывает обратно пропорционально кубу расстояния, зависит от тех же параметров городской застройки, что и в случае высокого подъема антенны базовой станции, имея при этом более выраженную зависимость от частоты.

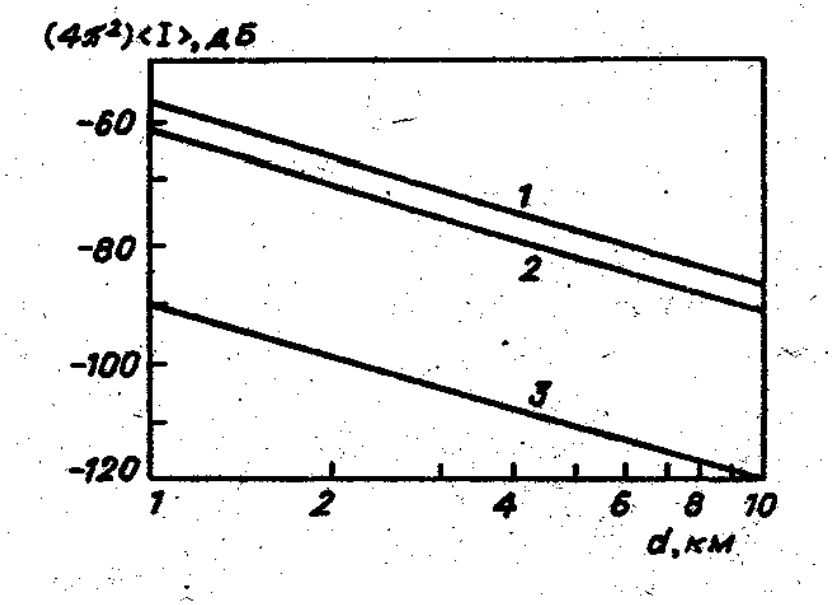


рис.7.16

На рис.7.16 приведены зависимости $< I(\vec{r}_2) >$ от расстояния d для частот 0,1;1;10 ГГц (прямые *1, 2* и *3* соответственно) при следующих параметрах: $l_B = 1м$, $\gamma_0 = 6км^{-1}$, $h - z_1 = h - z_2 = 17м$, $\Gamma = 0{,}1$. За ноль децибел взято значение интенсивности поля в свободном пространстве на расстоянии 1 км от источника.

7.12 Пространственная корреляция поля

Пространственное распределение поля УКВ в городе отличается глубокими замираниями, что обусловлено многолучевым характером распространения волн, приходящих в точку наблюдения с различных направлений. Для статистического описания вариаций поля в условиях города в камках корреляционной теории необходимо знать функцию пространственной корреляции. Как показано в предыдущих разделах, приближение однократного рассеяния позволяет получить приемлемую оценку средней интенсивности поля в условиях города. Можно ожидать, что расчет в этом приближении даст качественно верное представление о корреляционных свойствах пространственных замираний поля УКВ, обеспечив при этом учет статистических характеристик среды распространения – плотности городской застройки, средних размеров зданий и т. д. Основой для расчета в этом приближении являются формулы (7.39), (7.40).

Начнем с наиболее часто встречающегося случая, когда антенна базовой станции поднята высоко над городом $z_1 > h$, а мобильный пункт перемещается горизонтально вблизи поверхности земли $z_2 << h$. Предположим для определенности, что на базовой станции работает передатчик, и мы интересуемся корреляцией поля в различных точках расположения мобильного приемника. В этом случае в (7.39) нужно подставить $P(\vec{r}_1, \vec{r})$ из (7.7), а вероятность незатенения P_{BD} записать в виде (7.9). После этого искомая корреляционная функция приобретает вид

$$K(\vec{r}_2,\vec{r}_2') = 16\pi \iiint\limits_V e^{-\gamma_0 r \frac{h-z}{z_1-z}} < \sigma(\vec{r}_2,\vec{r},\vec{r}_1) > \left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2 \left|G(\vec{r}_2,\vec{r})\right|^2 \times$$
$$\times e^{-\gamma_0 \tilde{r}} e^{-\nu\tilde{r}\frac{l}{2}\left|\sin(\varphi_0-\varphi)\right|} \exp\left(ikl\cos(\varphi_0-\varphi)\right) d^3\vec{r} \quad . \qquad (7.58)$$

Основной вклад в этот интеграл по слою городской застройки дает область над мобильным пунктом. Как всегда наиболее интересна зона неуверенного приема, где $\gamma_0 d >> 1$. Поэтому в наиболее существенной при интегрировании области выполняются следующие соотношения

$\tilde{r} \le \bar{\rho} << d$, $r \approx d$, $(h-z) < \dfrac{z_1-h}{\gamma_0 d}$, $\gamma_0 r >> 1$, с учетом которых

$$\left|G(\vec{r},\vec{r}_1)\right|^2 \approx \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{\left|\vec{r}-\vec{r}_1\right|^2} \approx \frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{d^2},$$

$$\left|G(\vec{r}_2,\vec{r})\right|^2 \approx \frac{1}{(2\pi)^2(\tilde{r}^2+h^2)}\frac{1}{2}\left(1-\cos\left(\frac{2kzz_2}{\sqrt{\tilde{r}^2+h^2}}\right)\right).$$

Принимая во внимание как и в пункте **7.7** сглаживание из-за рассеяния быстрых интерференционных замираний, после интегрирования по z получаем при условии $\gamma_0 d \dfrac{h}{z_1-h} >> 1$ следующее выражение

$$K(\vec{r}_2,\vec{r}_2') = 8\pi \iint \frac{z_1-h}{\gamma_0 d} < \sigma(\vec{r}_2,\vec{r},\vec{r}_1) > \frac{1}{(2\pi)^2}\frac{1}{\tilde{r}^2+h^2}\frac{1}{(4\pi)^2}\frac{1}{d^2} \times$$
$$\times e^{-\gamma_0 \tilde{r}} e^{-\nu\tilde{r}\frac{l}{2}\left|\sin(\varphi_0-\varphi)\right|} \exp\left(ikl\cos(\varphi_0-\varphi)\right) dxdy \quad ,$$

где сечение рассеяния зданий определяется формулой (7.40). В нашем случае $\sin\vartheta_2 - \sin\vartheta_1 \approx -(h-z_2)/\tilde{r}$. Далее перейдем в плоскости xy к полярной системе координат с центром под источником

$$x - x_2 = \tilde{r}\cos\varphi\,,\ y - y_2 = \tilde{r}\sin\varphi\,.$$

Учитывая, что функция $\tilde{r}\exp(-\gamma_0\tilde{r})$ имеет довольно острый максимум при $\tilde{r} = \dfrac{1}{\gamma_0} = \bar{\rho}$ и в этой области $\alpha \approx \varphi$, после интегрирования по $\tilde{r}$ методом, аналогичным примененному в разделе **7.7**, можно привести выражение для пространственной функции корреляции к удобному для анализа виду

$$K(\vec{r}_2,\vec{r}_2') = \frac{z_1-h}{d^3}\frac{\lambda l_B}{\lambda^2+\left[2\pi l_B\gamma_0(h-z_2)\right]^2}\frac{1}{32\pi^2} \times$$
$$\times \int_0^{2\pi} \Gamma\left(\frac{\varphi}{2}\right)\sin\left(\frac{\varphi}{2}\right) e^{-\nu\frac{l}{2\gamma_0}\left|\sin(\varphi_0-\varphi)\right|} \exp\left(ikl\cos(\varphi_0-\varphi)\right) d\varphi \quad . \qquad (7.59)$$

Затухающая экспонента под интегралом имеет вид: $\exp\left(-\dfrac{\pi l}{4L}\left|\sin(\varphi_0-\varphi)\right|\right)$ и описывает медленные пространственные изменения напряженности поля, порождаемые затенениями. Соответствующий масштаб корреляции как вдоль направления на источник ($\varphi_0 = 0$), так и поперек ($\varphi_0 = \pi/2$) примерно совпадает со средним размером зданий L. Осциллирую-

щая экспонента отражает корреляцию мелкомасштабных интерференционных замираний. Численный анализ интеграла в (7.59) подтверждает эти выводы.

Определенное практическое значение имеет также анализ корреляции поля в различных точках вблизи земной поверхности ($z_2 << h$) в случае низкого расположения передатчика ($z_1 << h$). При этом можно предположить, что основной вклад в принимаемое излучение дают волны, отраженные от стен зданий в относительной близости от передатчика. Тогда при расчете корреляции естественно применить метод преобразования интеграла, примененный в разделе **7.10** для вычисления средней интенсивности однократного рассеяния. В результате из (7.39) получается

$$K(\vec{r}_2,\vec{r}_2') = 2\pi\gamma_0 \int_0^\infty r dr \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^h dz e^{-\gamma_0 r} e^{-\gamma_0 d} \Gamma(\frac{\varphi'}{2}) \sin\frac{\varphi'}{2} \times$$

$$\times \frac{kl_B}{1+(kl_B)^2(z\gamma_0)^2} \frac{1}{(4\pi)^2 d^2} \frac{1}{(2\pi)^2 2(r^2+z^2)} e^{-\nu d \frac{l}{2}|\sin(\varphi_0-\varphi)|} \exp\left(ikl\cos(\varphi_0-\varphi)\right).$$

(7.60)

Интегрируя далее по r и z с учетом отмеченных в разделе **7.10** свойств функций под интегралами, получим окончательное выражение

$$K(\vec{r}_2,\vec{r}_2') = \frac{1}{8(2\pi)^2} \frac{1}{\pi} \frac{e^{-\gamma_0 d}}{d^2} \int_0^{2\pi} \Gamma(\frac{\varphi'}{2}) \sin\frac{\varphi'}{2} e^{-\nu d \frac{l}{2}|\sin(\varphi_0-\varphi)|} \exp\left(ikl\cos(\varphi_0-\varphi)\right) d\varphi'.$$

(7.61)

Проанализируем полученное выражение. Поскольку при выводе (7.61) учитывалось, что отражения волн происходят в основном вблизи передатчика на расстояниях от него $r \le \bar{\rho}$, при изменении φ' угол между направлениями приходящих отраженных волн и направлением на источник φ будет меняться в небольших пределах около нуля

$$\varphi \le \frac{\bar{\rho}}{d} << 1 \ (\sin\varphi \approx \frac{\bar{\rho}}{d}\sin\varphi'). \qquad (7.62)$$

Это дает основания для того, чтобы при рассмотрении поперечной корреляции ($\varphi_0 = \pi/2$) вынести медленно меняющуюся экспоненту из-под интеграла в точке $\varphi = 0$. Этот множитель

$$\exp\left(-\nu d \frac{l}{2}\right)$$

описывает медленные пространственные изменения напряженности поля, порождаемые затенениями. Соответствующий масштаб корреляции равен

$$l_\perp = \frac{2}{\nu d}. \qquad (7.63)$$

В рассматриваемом случае $\gamma_0 d >> 1$ он значительно меньше размера зданий L, и может трактоваться как средний размер просветов между зданиями [40], уменьшающийся при увеличении расстояния между приемником и передатчиком.

Оценка среднего интервала когерентности (7.63) согласуется с экспериментальными данными. В результате обработки данных измерений амплитуд поля в районе современного города была построена структурная функция амплитуды принимаемого излучения [40]. В ходе измерений на частоте 88 МГц регистрировались значения амплитуд, усредненные по интервалам в 6-8 длин волн, что обеспечивало сглаживание быстрых ин-

терференционных замираний. График структурной функции имеет максимум, соответствующий разнесению точек наблюдения на 18-20 м в горизонтальном направлении. При плотности застройки $\nu = 90 км^{-2}$ на дальностях 1 км аналогичный результат дает формула (7.63).

При анализе продольной корреляции ($\varphi_0 = 0$) затухающая экспонента в (7.61) с учетом (7.62) может приближенно считаться равной

$$\exp\left(-\nu\bar{\rho}\frac{l}{2}\sin\varphi'\right).$$

Интеграл по φ' становится аналогичен содержащемуся в (7.59). Поэтому продольный масштаб корреляции медленных пространственных изменений принимаемого сигнала можно оценить как

$$l_l = \frac{2}{\nu\bar{\rho}} \approx L. \qquad (7.64)$$

Сравнение (7.63) и (7.64) показывает, что, как и в случае сплошной хаотической среды [54], [55], продольный масштаб корреляции поля в слое городской застройки значительно превосходит поперечный.

Осциллирующая экспонента в (7.61) описывает, как и в предыдущем случае, корреляцию быстрых интерференционных замираний. Причем в продольном направлении соответствующий масштаб, как и раньше, совпадает с длиной волны λ, а в поперечном оказывается значительно больше, т. к. отраженные интерферирующие волны приходят в точки наблюдения под малыми углами к направлению на источник.

7.13 Угловой энергетический спектр в приближении однократного рассеяния.

Важное практическое значение при расчете надежности мобильной связи, особенно в зонах неуверенного приема, имеет зависимость принимаемой мощности от направления.

Сначала рассмотрим наиболее часто встречающийся случай, когда антенна базовой станции поднята высоко над городом, а мобильный пункт расположен значительно ниже уровня крыш зданий.

Пусть прием ведется на базовой станции. Тогда из (7.42) можно получить с учетом (7.43), (7.45)

$$< I(\bar{r}_2) >= 2\pi\gamma_0 \iiint_V \exp\left(-\gamma_0 (r + \tilde{r}\frac{h-z}{z_2 - z})\right) \Gamma(\frac{\alpha}{2}) \sin\frac{\alpha}{2} \times$$
$$\times \frac{kl_B}{1 + (kl_B)^2 (\frac{h - z_1}{r})^2} \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{1}{d^2} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{r^2 + h^2} \frac{1}{2} dxdydz. \qquad (7.65)$$

При выводе (7.65) и в дальнейшем используется тот факт, что основной вклад в принимаемую мощность дают волны, отраженные от верхних участков стен зданий вблизи мобильного приемника при $r \le \bar{\rho}$. Далее можно аналогично тому, как сделано в разделе **7.7,** выполнить интегрирование по z. В итоге получаем

$$< I(\bar{r}_2) >= 2\pi\gamma_0 \iint \exp(-\gamma_0 r) \frac{z_2 - h}{\gamma_0 d} \Gamma(\frac{\alpha}{2}) \sin\frac{\alpha}{2} \frac{kl_B}{1 + (kl_B)^2 (\frac{h - z_1}{r})^2} \frac{1}{(4\pi)^2} \frac{1}{d^2} \frac{1}{(2\pi)^2} \frac{1}{r^2 + h^2} \frac{1}{2} dxdy \quad . \quad (7.66)$$

Вид этого выражения еще раз подтверждает, что основной вклад в принимаемую мощность дают волны, приходящие из области $r \le \bar{\rho}$. Они приходят в точку наблюдения в довольно узком интервале углов

$$\Delta\theta \approx \frac{\bar{\rho}}{d}, \qquad (7.66)$$

т. е. угловое распределение средней принимаемой мощности является унимодальным с узким максимумом в направлении на источник. Более детальный анализ, выполненный в [40], дает оценку ширины углового спектра мощности в этом случае: $\Delta\theta \approx (\frac{\bar{\rho}}{d})^{3/2}$.

Если, наоборот, прием ведется в низко расположенном мобильном пункте, можно воспользоваться формулой (7.59), положив в ней $l = 0$. Тогда для принимаемой интенсивности получим

$$< I(\vec{r}_2) >= \frac{z_1 - h}{d^3} \frac{\lambda l_B}{\lambda^2 + [2\pi l_B \gamma_0 (h - z_2)]^2} \frac{1}{32\pi^2} \int_0^{2\pi} \Gamma(\frac{\varphi}{2}) \sin(\frac{\varphi}{2}) d\varphi . \qquad (7.67)$$

Если вспомнить, что в этой формуле φ - это угол между направлением прихода однократно отраженной волны и направлением на источник, то функцию под интегралом можно трактовать как плотность углового распределения принимаемой мощности. Плавность зависимости коэффициента отражения от угла дает основание считать, что угловой энергетический спектр может быть записан в этом случае в виде

$$W(\varphi) \approx A\sqrt{1 - \cos\varphi} . \qquad (7.68)$$

Таким образом, в отличие от предыдущего случая угловой спектр не имеет максимума в направлении на источник. Однократные отражения в ближайшем окружении подвижного пункта, создаваемые верхними участками стен зданий, на которые при высоком подъеме передающей антенны открывается прямая видимость со стационарного пункта, являются определяющими в среднем угловом распределении энергии принимаемого излучения. Причем основная доля энергии приходит с направлений, близких к противоположному по отношению к направлению на источник.

Если передающая антенна расположена ниже крыш городских зданий, то, как показано в разделе **7.12** основная часть принимаемой в низком мобильном пункте мощности приходит из области, прилегающей к источнику. Интервал углов прихода определяющей доли энергии при этом определяется формулой (7.62) и практически совпадает с (7.66).

Более подробный анализ, выполненный в книге [40], позволяет проследить за постепенным изменением углового распределения приходящей в низко расположенный мобильный пункт энергии при подъеме антенны передатчика.

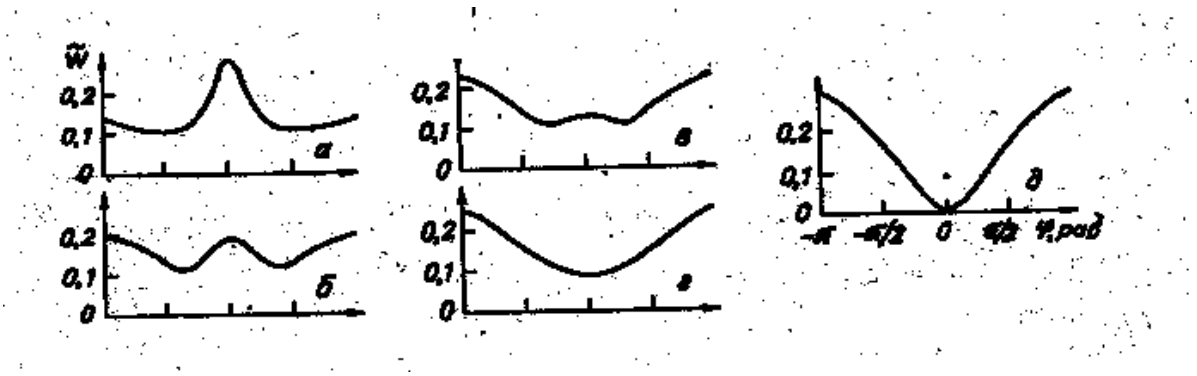


Рис.7.17

На Рис. 7.17 приведены графики $W(\varphi)$ построенные при $\gamma_0 d = 6$, $h = 20м$ для значений высотного отношения $\xi = {z_1 - h}/{z_1}$, равных 0,05(*а*); 0,10(*б*); 0,15(*в*) 0,20(*г*); 0,50(*д*). Из рисунка видно, что при подъеме передающей антенны базовой станции чуть выше крыш зданий угловое распределение принимаемой энергии сохраняет унимодальность с максимумом в направлении на передатчик, характерное для низко расположенного источника. При дальнейшем увеличении высоты расположения источника угловое распределение теряет унимодальность, а потом быстро в энергетическом спектре определяющим становится максимум в направлении $\varphi = \pi$. При увеличении дальности или повышении плотности за-

стройки переход углового энергетического спектра от вида, показанного на рис. 7.17,*а* к виду, показанному на рис. 7.17,*д*, завершается при все меньших значениях ξ, так что форму, приведенную на рис. 7.17,*д*, можно рассматривать как наиболее типичную при связи подвижного пункта с центральной станцией, имеющей поднятую над городом антенну.

В книге [40] приводятся результаты экспериментальных исследований углового энергетического спектра на наклонных трассах, выполненных в высокочастотной области УКВ диапазона в одном из городских районов. Исследование проводилось на закрытых трассах протяженностью до 3 км с использованием остронаправленной приемной антенны. Приемная антенна располагалась на автомашине ($z_2 = 3{,}5м$), передающая на одном из зданий в центре исследуемого района ($z_1 = 26м$). Точки расположения мобильного приемного пункта, общее число которых составило 60, выбирались на закрытых трассах протяженностью 0,6-3 км на улицах, отличающихся ориентацией, плотностью застройки и другими факторами. В большинстве случаев на трассах протяженностью более 0,6-0,8 км в области углов, близких к направлению на источник, наблюдались относительно малые уровни сигналов. Этот эффект проявляется в виде среднего углового энергетического спектра (см. рис. 7.18), построенного путем ансамблевого усреднения единичных угловых спектров, снятых на трассах средней протяженности (0,6-0,8 км<*d*<3 км). Из рисунка видно, что в среднем угловой энергетический спектр поля в низко расположенной точке имеет выраженный унимодальный характер, причем положение его моды близко к направлению, противоположному направлению на источник излучения. Это согласуется с теоретической формулой (7.68).

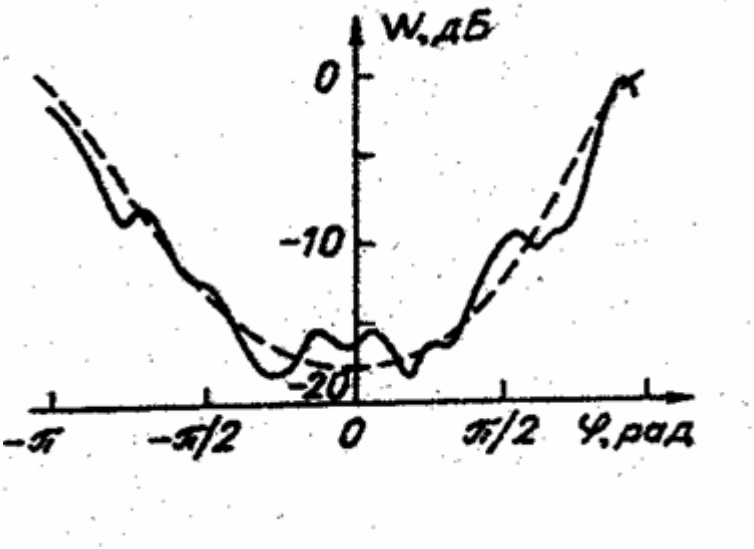


рис. 7.18

Исследование углового энергетического спектра поля в высоко расположенном стационарном пункте заключалось в регистрации уровня сигнала в низко расположенном приемном пункте при циклическом круговом вращении остронаправленной антенны передатчика. Фактически здесь исследовался угловой энергетический спектр «из точки передачи», который в силу теоремы взаимности отождествлялся с угловым энергетическим спектром поля в эквивалентном высоко расположенном приемном пункте. В отличие от углового энергетического спектра в низко расположенном мобильном пункте, угловой энергетический спектр поля в высоко расположенной точке приема сосредоточен в относительно малом секторе углов, а положение его главного максимума, как правило, или совпадает с направлением на источник, находящийся в городских кварталах, или близко к нему. Что касается среднего по району спектра, то можно говорить о его унимодальности и осевой симметрии относительно направления приемник – источник, хотя в отдельных реализациях он имеет асимметричный характер. Наиболее заметно это проявляется в том

случае, когда мобильный источник располагается на квазирадиальной улице. Причиной этого является, по-видимому, увеличение пути свободного пробега в направлениях, близких к направлению вдоль улицы. Полученные в данном случае экспериментальные данные согласуются с проделанными выше теоретическими оценками (смотри (7.66)).

8. Сочетание статистических и детерминистических методов прогнозирования устойчивой радиосвязи в городе

Наряду со статистическими используются и детерминистические подходы к определению поля в городских условиях. Цель подобных подходов – снижение величины дисперсии прогнозируемых величин путем более точного учета конкретных трасс, в том числе планировки района. Очевидно, что полностью детерминистический метод расчета поля неосуществим не только из-за очень большого объема вычислений, но из-за невозможности, даже в приближении физической оптики или геометрической теории дифракции, априорно задать с достаточной точностью некоторые эквивалентные коэффициенты отражения от всех встречающихся в городской застройке типов зданий с учетом неоднородности поверхности стен и сложной конфигурации.

Тем не менее, в ряде случаев [56] удается детерминистически получить вполне удовлетворительные результаты применительно к микросотовым системам, когда ограничиваются расчетом поля в районах, непосредственно примыкающих к базовой станции. Этому, в частности, способствует предварительно проведенное специальное исследование зависимости коэффициента отражения от высоты выступов на стенах зданий в исследуемом районе.

Попытки применить детерминистический подход для расчета поля на больших территориях связаны с рядом дополнительных ограничений. В некоторых работах здания рассматриваются как идеальные отражатели; отраженное поле рассчитывается по формулам, справедливым лишь для дальней зоны, хотя точки, находящиеся в ближней зоне и в зоне Френеля, представляют не меньший (если не больший) интерес; игнорируется поле, переизлучаемое затеняющими объектами в направлении от источника. Для уменьшения объема вычислений город разбивается на отдельные районы. При расчете поля в пределах каждого района учитываются только его параметры застройки, что приводит к погрешностям, влияющим не только на абсолютный уровень поля, но и на конфигурацию теневых зон. Интерференционные явления, по сути не рассматриваются; в районе интерференции дается оценка интенсивности только одного из переотраженных лучей, что в конечном счете противоречит самой идее детермиинистического подхода.

Поэтому при больших размерах обслуживаемой территории в тех областях, где средний уровень сигнала от базовой станции сравним с порогом срабатывания мобильного приемного устройства, наиболее целесообразным представляется сочетание статистических и детерминистических подходов [56].

Суть подхода заключается в следующем. Как показано выше, при достаточно высоко поднятой антенне базовой станции среднее угловое распределение интенсивности излучения, приходящего к подвижному пункту, антенна которого расположена значительно ниже крыш окружающих зданий, описывается формулой (7.68), где угол φ отсчитывается от прямой, соединяющей станции, т. е. соответствует по форме кардиоиде, имеющей максимум в направлении, противоположном базовой станции. Выражение (7.68) справедливо при достаточном удалении точки наблюдения от базовой станции, однако. чем больше плотность застройки, тем увереннее можно пользоваться (7.68) даже при приближении к базовой станции.

Логично предположить, что «изъятие» зданий, расположенных непосредственно вблизи точки наблюдения, существенно не изменит вида

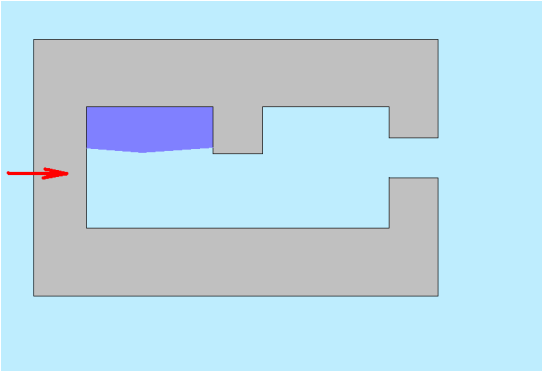
функции $W(\varphi)$, описывающей среднее угловое распределение. Тогда положение локальных теневых зон можно найти, решая задачу на этой «изъятой» группе зданий (с учетом отражения от земли) при облучении их указанным выше угловым спектром волн. При этом, учитывая, что точки наблюдения расположены в ближней зоне препятствий, достаточно использовать геометрооптическое приближение и определять зону тени как совокупность точек, где отсутствует поле при облучении с любого направления указанного выше углового спектра волн.

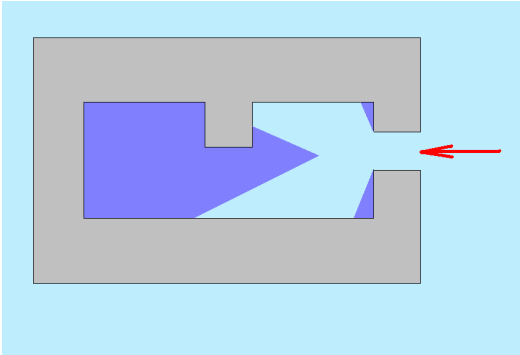
Другими словами, суть подхода сводится к следующему: влияние всего дальнего окружения оценивается статистическим, а влияние ближних препятствий, определяющих зоны тени – детерминистическим методом, основанным на приближении геометрической оптики. Подобный подход позволяет существенно уменьшить ошибки расчета, свойственные чисто детерминистическим подходам, когда при расчете теневых зон учитываются только здания данного небольшого района. Указанные ошибки особенно велики для низко расположенных точек наблюдения вдали от базовой станции. Объясняется это тем, что, как указано выше, для низко расположенных точек резко возрастает вероятность прихода волн с направления, противоположного направлению на базовую станцию, и близких к нему, но именно эти отражения обычно и игнорируются.

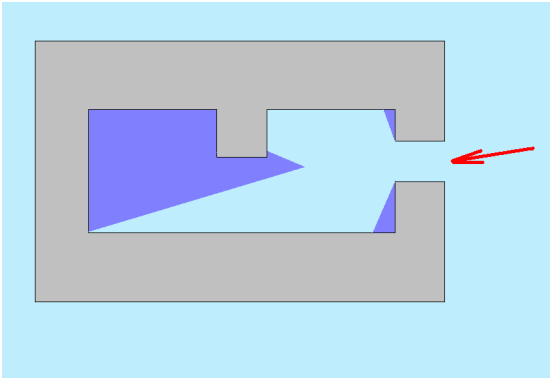
При расчете по этому алгоритму считаются существенными только зоны тени, линейные размеры которых превышают интервал усреднения порядка 20 м. Отметим, что абсолютный уровень поля в области тени зависит от таких факторов, как просачивание части энергии падающей волны через здание, тонкие дифракционные эффекты и т. д. Теневые зоны, определяемые без учета этих эффектов, следует характеризовать только как потенциально опасные.

С учетом сформулированных выше условий авторами [56] была разработана вычислительная программа со следующими входными данными: Координаты базовой станции, высоты антенн обеих станций, мощность передатчиков, рабочая частота, геометрия и расположение исследуемого района, параметры зданий, окружающих район.

Результаты расчета теневых зон в районе с застройкой замкнутого типа указанным методом показаны на рис.8.1, 8.2, 8.3 [56]. Здесь теневые зоны, где принимаемая мощность меньше порогового значения, показаны черным цветом, стрелками на рисунках указаны направления от базовой станции.







Заключение

Из вышеизложенного можно сделать вывод о том, что, хотя построение теоретической статистической модели распространения УКВ в городе является весьма сложной задачей, ее решение вполне реально и представляет большую ценность для прогнозирования устойчивой беспроводной связи между подвижными объектами.

Литература

1. Yacoub M.D. Foundations of mobile radio engineering. CRC Press.: Boca Raton, 1993. – 481 p.
2. Lee W.C.Y. Mobile communications engineering. McGrow-Hill.:N.Y., 1982.
3. Феер К. Беспроводная цифровая связь. Методы модуляции и расширения спектра. Пер. с англ./ Под ред. В.И.Журавлева – М.: Радио и связь, 2000. – 520 с.
4. Связь с подвижными объектами в диапазоне СВЧ / Под ред. У.К. Джейкса. М.: Связь. 1979. – 520с.
5. Скляр Б. Цифровая связь. Теоретические основы и практическое применение. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 1114 с.
6. Столлингс В. Беспроводные линии связи и сети. М.: Издательский дом «Вильямс», 2003. – 640 с.
7. Okumura J. et.al. Field strength and its variability in VHF and UHF land mobile radio service. Rev. ins. Elec. Eng., 1968, v.16, no. 9-10, p. 825-873.
8. Hata M. Empirical formula for propagation loss in land mobile radio service. IEEE Trans. Veh. Technol.,1980, v. VT-29, no. 3, p. 317-325.
9. Дымович Н.Д., Красюк Н.П. Электродинамика и распространение радиоволн. М.: Высшая школа, 1974. – 536 с.
10. Черный Ф.Б. Распространение радиоволн. М.: Сов. Радио, 1972. – 464 с.
11. Черенкова Е.Л., Чернышев О.В. Распространение радиоволн.–М.: Радио и связь, 1984.–272 с.
12. Грудинская Г.П. Распространение радиоволн. М.: Высшая школа, 1967. – с.
13. Фейнберг Е.Л. Распространение радиоволн вдоль земной поверхности. М.: АН СССР. 1961. – 546 с.
14. Введенский Б.А., Аренберг А.Г. Вопросы распространения ультракоротких волн. М.: Сов. Радио, 1948.
15. CCIR. Report 715-2, Propagation by difraction. – Recommendation and reports, XVII Plenary assembly, Dusseldorf, 1990.
16. Ларин Е.А. Расчет дифракционного ослабления радиоволн на приземных трассах над пересеченной и горной местностью. Электросвязь, 1997, № 1, с. 17-20.
17. Троицкий В.Н. Распространение ультракоротких волн в горах. М.: Связь, 1968.
18. Donohue D.J., Kuttler J.R. Propagation modeling over terrain using the parabolic wave equation. IEEE Trans. Antennas Propagat., 2000, vol. 42, No. 2, pp. 260-277.
19. Kuchar A., Rossi J.-P., Bonek E. Directional macro-cell characterization from urban measurements. IEEE Trans. Antennas Propagat., 2000, vol. 48, No. 2, pp. 137-146.
20. Laurila J., Kalliola K., Toeltsch M., Hugl K., Vainikainen P., Bonek E. Wide-band 3-D characterization of mobile radio channels in urban environment. IEEE Trans. Antennas Propagat., 2002, vol. 50, No. 2, pp. 233-243.
21. Лаврентьев Ю.В. Квазидетерминированная трехмерная модель многолучевого канала распространения миллиметровых радиоволн в городской застройке. Журнал радиоэлектриники, 2000, № 5.
22. Лаврентьев Ю.В., Соколов А.В., Федорова Л.В. и др. Экспериментальные исследования отражения и рассеяния мм волн от шероховатых поверхностей. Радиотехника и электроника, 1990, т. 35, № 3,с. 650.

23. Karasawa Y. Multipath propagation theory and modeling in wideband mobile radio: the “ETP model”, connecting “Ppropagation” and “System”. The Radio Science Bulletin No 302 (September, 2002), pp. 5-15.
24. Craig K.H. Impact of numerical methods on propagation modeling. Modern Radio Science 1996. Edited by J. Hamelin. Oxford University Press, 1996, pp. 179-203.
25. Lawton M.C., MacGeehan J.P. The application of a deterministic ray launching algorithm for the prediction of radio channel characteristics in small-cell environments, IEEE Trans. Vehic. Tech., 1994, vol. 14, pp. 955-969.
26. Erceg V., Ghassemzadeh S., Taylor M., Li D., Schilling D.L. Urban/suburban out-of-sight propagation modeling. IEEE Communications Magazine. 1992, June 1992, pp. 56-61.
27. Zhang W. A wide-band propagation model based on UTD for cellular mobile radio communications. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1997, v. 45, no. 11, pp. 1669-1678.
28. Zhang W. Formulation of multiple diffraction by trees and buildings for radio propagation predictions for local multipoint distribution service. J. Res. Natl. Inst. Stand. Technol., 1999, v. 104, no. 6, pp. 579-585.
29. Tan S.Y., Tan H.S. A microcellular communications propagation model based on UTD and multiple image theory, IEEE Trans. Antennas Propagation, 1996, v. 44, no. 12, pp. 1317-1326.
30. Nobles P. A study into indoor propagation factors at17Ghz and 60 GHz – Final Report. http://www.radio.gov.uk/topics/ptopagation/indprop
31. Ladrom O., Feurstein M.J., Rappaport T.S. A comparison of theoretical and empirical reflection coefficients for typical exterior wall surfaces in a mobile radio environment. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1996, v. 44, pp. 341-351.
32. Honcharenko W., Bertoni H.L. Transmission and reflection characteristics at concrete block walls in the UHF bands proposed for future PCS. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1994, v. 42, pp. 232-239.
33. Guinas I., Sanchez M.G. Building material characterization from complex transmissivity measurements at 5.8 GHz. IEEE Trans. Antennas Propagat., 2000, v. 48, pp. 1269-1271.
34. Torrico S.A., Bertoni H.L., Lang R.H. Modeling tree effects on path loss in a residential environment. IEEE Trans. Antennas Propagat., 1998, v. 46, no. 6, pp. 872-880.
35. McKown J.W., Hamilton R.L. Ray tracing as a design tool for radio networks. IEEE Network Magazine, 1991, v.5, no. 6, pp. 27-30.
36. Seidel S.Y., Rappaport T.S. Site-specific propagation prediction for wireless in-building personal communication system design. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 1994, v. 43, no. 4, pp.879-891.
37. Suzuki H., Mohan A.S. Ray tube tracing method for predicting indoor channel characteristics map. Electronics Letters, 1997, v. 33, no. 17, pp. 1495-1496.
38. Kalivas G.A., El-Tanany M., Mahmoud S. Millimeter-wave Channel Measurements with Space Diversity for Indoor Wireless Communications, IEEE Transactions on Vechicular Technology, 1995, vol. 44, no. 3, pp. 494-505.
39. Туляков Ю.М. Системы персонального радиовызова. М.: Радио и связь, 1988. – 168 с.
40. Пономарев Г.А., Куликов А,М., Тельпуховский Е.Д. Распространение УКВ в городе.-Томск: МП «Раско». 1991.
41. Рытов С.М. Введение в статистическую радиофизику. Ч. 1. М.: Наука. 1976. 496 с.

42. Okumura J. et.al. Field strength and its variability in VHF and UHF land mobile radio service. Rev. ins. Elec. Eng., 1968, v.16, no. 9-10, pp. 825-873.
43. Пономарев Л.И., Манкевич Т.Л. Моделирование радиотрасс мобильных систем связи. Успехи современной радиоэлектроники, 1999, № 8, с. 45-58.
44. Бардин Н.И., Дымович Н.Д. Распространение ультракоротких радиоволн в условиях крупного города . Электросвязь, 1964, № 7, с. 15-18.
45. Трифонов П.И. Затухание рассеянных сигналов УКВ при радиосвязи в большом городе // X Всесоюз. конф. по распространению радиоволн: Тезисы докл. (Иркутск 1972). М.: Наука, 1972, с. 138-140.
46. Allsebrook K., Parsons J.D. Mobile radio propagation in British cities at frequencies in the VHF and UHF bands. IEEE Trans. Veh. Technol., 1977, v. VT-26, no. 4, pp. 313-323.
47. Hata M. Empirical formula for propagation loss in land mobile radio service. IEEE Trans. Veh. Technol., 1980, v. VT-29, no. 3, pp. 317-325.
48. Hughes K.A. Mobile propagation in London at 936 MHz. Electron Letters, 1982, v.18, no. 3, pp. 141-143.
49. Samuel R. Y. Mobile radio communications at 900 MHz. 2-th Int. Conf. Antennas and Propagation. (Heslington, 13-16 Apr., 1981). London; N. Y., 1981, pt.2, pp. 143-147.
50. Trubin V.N. Urban and suburban radio propagation characteristics in the VHF and UHF bands. 7-th INT. Wroclaw Symp. Electromagn. Compat., 1984, v.1, pp. 393-402.
51. Dvorak T. EMI propagation in built-up areas. IEEE Int. Symp. Electromagnetic Compatib. Symp. Rec. (Philadelfia; Pa. 1971). N. Y., 1971, pp. 92-99.
52. Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически нерровной поверхности. М.: Наука. 1972. 424 с.
53. Сивухин Д.В. Общий курс физики. Оптика. М.: Наука, 1980. – 752 с.
54. Рытов С.М., Кравцов Ю.А., Татарский В.И. Ввведение в статистическую радиофизику. Ч. 2. М.: Наука. 1978. 464с.
55. Исимару А. Распространение и рассеяние волн в случайно-неоднородных средах. М.: Мир, 1981, т.2. – 317 с.
56. Панченко. В.Е., Гайнутдинов Т.А., Ерохин Г.А. Сочетание статистических и детерминистских методов расчета радиополя в городских условиях. – Электросвязь, 1998, № 4, с. 31-33.
57. Фок В.А. Проблемы дифракции и распространения электромагнитных волн М.: Сов. радио. 1970. – 520с.